eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

BIGARREN HEZKUNTZAKO IRAKASLE-MASTERRA

BATXILERGOKO MATEMATIKAREN IRAKASKUNTZARAKO DIDAKTIKA

Egilea(k): Josu Ruiz de Gauna, Joxemari Sarasua

ISBN: 978-84-9860-918-9

EUSKARAREN ARLOKO ERREKTOREORDETZAREN SARE ARGITALPENA

Liburu honek UPV/EHUko Euskararen Arloko Errektoreordetzaren dirulaguntza jaso du

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

BIGARREN HEZKUNTZAKO IRAKASLE-MASTERRA

IRAKASGAIA: BATXILERGOKO MATEMATIKAREN IRAKASKUNTZARAKO DIDAKTIKA

Programa:

1. gaia. MATEMATIKA, MATEMATIKAKO HIZKUNTZA ETA KOMUNIKAZIOA: HIZKUNTZAREN ROLA MATEMATIKAKO GELAN

1.1. Matematika idaztea

1.2. Matematikako hizkuntza

1.3. Komunikazioa

2. gaia. BATXILERGOKO IKASLEEN EZAGUTZA KOGNITIBOAK. ERROREAK ETA ZAILTASUNAK

2.1. Matematika ikastean sortzen diren zailtasunak

2.2. Ikasleek matematikan egiten dituzten erroreak

3. gaia. MATEMATIKA ETA EBALUAZIOA: KANPOKO ETA BARRUKO ERREFERENTZIAK. GAITASUNEN EBALUAZIOA BATXILERGOAN

3.1. Gaitasunen ebaluazioa

3.2. Matematikaren ebaluazioa Batxilergoan

3.3. Ebaluaziorako orientabideak

4. gaia. BATXILERGOKO MATEMATIKAREN IRAKASKUNTZARAKO BALIABIDEAK: MATERIALAK, JOLASAK, SOFTWAREA ETA INTERNETEKO BALIABIDEAK

4.1. Matematikaren irakaskuntzarako baliabide didaktikoak

4.2. Matematikaren irakaskuntza eta IKTak

4.3. Matematikaren irakaskuntzarako heziketa-softwarea

4.4. Matematikaren irakaskuntzarako Internet-baliabideak

5. gaia. BATXILERGOKO CURRICULUMEKO EDUKI-BLOKE NAGUSIEN GARAPENA

5.1. Batxilergoa arautzen duen dekretua eta matematikako ikasgaiak

5.2. Curriculumaren antolatzaileak

6. gaia. BATXILERGOKO UNITATE DIDAKTIKOEN DISEINUA, GARAPENA ETA EBALUAZIOA

6.1. Unitate didaktikoak eta curriculuma

6.2. Unitate didaktikoak

1. gaia. MATEMATIKA, MATEMATIKAKO HIZKUNTZA ETA KOMUNIKAZIOA: HIZKUNTZAREN ROLA MATEMATIKAKO GELAN

1.1. Matematika idaztea

1.2. Matematikako hizkuntza

1.3. Komunikazioa

1.1. Matematika idaztea

Donald Knuth (Latex) programaren sortzaileak gomendio batzuk eman zituen matematika idatzia ulergarriago egiteari buruz. Hona hemen gomendio horiek eta beste batzuk:

- Testua pertsona zehatz bati zuzendu behar zaio, ez zehaztu gabeko entzule multzo bati.
- Pertsona zehatz batentzat idazteak eskatzen du narrazioaren subjektua ondo aukeratzea eta gidatzea. “Ni” eta “gu” erabiltzearen artean, “gu” lehenetsi behar dugu. Dotoreena da estilo biak konbinatzea. Ez ahaztu “gu” horren barruan egilea eta irakurlea sartzen direla.
- Gerundioak testu hotza eragiten du, eta irakurlearen hurbilketari mesede egiten ez dion itxura prozesal bat ematen dio. “Biderkatzen da” baino hobeto, “biderkatzen badugu”.
- Notazioa ondo aukeratu behar da: gaiaren ohiko usadioekin eta matematikako tradizioarekin bat datorrena. Adib.: J. Etayo, ax + by = c -ren ordez, erabili $ax_1 + bx_2 = c$.
- Arau orokor gisa, posible bada, matematikako sinboloak ekidin behar dira, eta, beharrezkoak direnean, ahalik eta sinpleenak aukeratu behar dira. Kuantifikatzaile logikoak erabiltzeak ($\Rightarrow, \forall, \exists, \vee, \wedge$) espaziopixka bat aurreztea dakar, baina esaldiaren zehaztapen maila ez da hobetzen; takigrafiazko forma bat da. Honako esaldi hauek bezalakoak idazteak ez du inolako zentzurik:

$$\forall \varepsilon > 0,\ \exists \delta > 0 \ \text{ non } |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon$$

- Notazioa errazteko modu ona da beharrezkoak ez diren ikurrak kentzea; adibidez, f ikurra sobera dago enuntziatu honetan: “Tarte itxi batean definituriko f funtzio batek bere balio maximoa erdiesten du”.

- Notazioak errazteko beste modu bat da sobera diren parentesiak kentzea; adibidez, $1-(x_1-x_2)+x_3$ idatzi ordez, nahikoa da idaztea $1-x_1+x_2+x_3$.

- Ez da egokia idaztea "Izan bedi e^{-x} funtzioa; monotono beherakorra da", baizik eta "Izan bedi $x \mapsto e^{-x}$ funtzioa; monotono beherakorra da" edo "horrela definituriko f funtzioa $f(x)=e^{-x}$, monotono beherakorra da"

- Edozein $\forall$ kuantifikatzailearen ondorioa da esaldi hau erabiltzea: "Edozein $x \in A$; orduan, $x^2 \in B$". Ahozko matematikan erabilia da esaldi hori; idatzizko matematikan, baldintza-egitura hobesten da: "Baldin eta $x \in A$ orduan $x^2 \in B$".

- Inoiz ez da esaldi bat hasi behar sinbolo batekin; adibidez, "x^n-1-ek n erro konplexu ditu" baino hobeto dago "Izan bedi x^n-1 polinomioa; polinomio horrek n erro konplexu ditu".

- Ez da erabili behar eskolako apunteetako estilo takigrafikoa, non azalpenak gutxieneko batera murrizten diren eta demostrazio edo kalkulu baten urratsak iruzkin gabeko formulen zerrendak baino ez diren. Adibidez, ekuazio bat askatu behar denean, prozesua ez da mugatu behar azalpenik gabeko berdintza-kate mutu batera.

$$3x+3y = 2x-5y+6$$
$$3x-2x+3y = -5y+6$$
$$x = -3y-5y+6$$
$$x = 6-8y$$

Urrats bakoitzean azalpen txiki bat jartzen badugu, orrialdearen antolaketa hobetzeaz gainera, ulermena errazten da:

"Ekuazio hau ebazteko

$$3x + 3y = 2x - 5y + 6$$

atal bakoitzean 2x kentzen badugu,

$$x + 3y = -5y + 6$$

ondoren, atal bakoitzari 3y kenduz eta bigarren atalaren batugaien hurrenkera aldatuz, hau lortzen dugu: x = 6 − 8y".

- *Catacresis*: gai bat esleitzea beste bati modu faltsu batean. Adibidez, kurba baten puntu bateko maldaz hitz egitean, egiturazko metafora egiten dugu, hots, matematikako hitz baten

esanahia beste testuinguru batera zabaltzen da. Beste adibide bat: triangelu esferikoa. Bada, planoan, adierazpen hori *catacresis* bat da, lau aldeko triangelua bera bezala.

1.2. Matematikako hizkuntza

Curriculuma, EHAA, 2009ko otsailaren 27koa

MATEMATIKA I eta II

SARRERA

Matematika-zientzien bidez, ***hizkuntza*** *zehatz, indartsu eta anbiguotasunik gabea geureganatzen dugu eta, neurri batean edo bestean, gainerako zientzien esparruan ere erabiltzen dugu hura, askotariko problemak interpretatzeko eta ebazteko.*

HELBURUAK

6.– ***Matematika-hizkuntzaren*** *eta -adierazpenaren berezko tresnak (zenbakiak, taulak, grafikoak, funtzioak, sinbolorik ohikoenak…) autonomiaz eta sormenez erabiltzea eta matematika-terminoak, -notazioak eta -adierazpenak ulertzea eta erabiltzea, nork bere pentsamenduak argi eta koherentziaz azaltzeko.*

EDUKIAK

3.– Jarrerak.

– ***Matematika-hizkuntzaren*** *indarra balioestea, zientzien esparruko gertakariak deskribatzeko, analizatzeko eta iragartzeko balio duen aldetik.*

1.2.1. Hizkuntza grafikoa. Irudikapenak

Matematikako ikaskuntzaren osagai garrantzitsuak ditugu hauek:

- Hausnarketa eta komunikazioa.
- Sinbolizazio- eta irudikapen-prozesuak: sinboloak eta grafikoak matematikoki pentsatzeko eta matematika komunikatzeko.

Komunikatzen, argudiatzen edo hausnarketak egiten ditugunean, kontzeptu edo objektu baten adierazpenaz, marrazkiaz edo sinboloaz baliatzen gara, eta haien arabera ordezkatzen dugu kontzeptua edo objektua. Kontzeptu edo objektu beraren adierazpen askok pertsonen gaitasun kognitiboa gehitzen dute, eta, aldi berean, kontzeptu horri buruz pentsatzeko duten ahalmena ere gehitzen dute. Eta, alderantziz, kanpoko irudikapenak —hizkuntza naturaleko

enuntziatuak eta aljebrako formulak, grafikoak edo irudiak bezala— bitartekoak dira norberaren irudiak eta buru-irudikapenak azaleratzeko, eta horrela bihurtzen dira besteentzat ulergarri.

Matematikan baditugu irudikapenak edo irudikapen-sistemak, grafikoak eta sinbolikoak. Matematikako kontzeptu bat jakitea kontzeptu horren irudikapen mota batetik bestera iragatean datza, hau da, propietate batzuk hobeto islatzen dira irudikapen mota batekin, eta, beste irudikapen batera igarotzean, objektuaren beste propietate batzuk azpimarratzen dira. Adibidez, aldagai errealeko funtzio erreal baten irudikapen-sistemak dira: ahozko edo idatzizko enuntziatua, balio-taula, aljebrako legea eta funtzioaren grafikoa. Funtzio baten irudikapenen artean, itzulpen edo bihurketa posible guztiak ezar daitezke.

	Ahozko adierazpenak	*Taulak*	*Grafikoak*	*Adierazpen sinbolikoa (formula)*
Ahozko adierazpenak	Askotariko deskribapenak	balioespena (taularen kalkulua)	zirriborroa	eredu analitikoa
Taulak	irakurketa	taularen eraldaketa	trazatua	zenbakizko doiketa
Grafikoak	interpretazioa	irakurketa	eskala, unitateak, abiapuntuaren aldaketak	doiketa grafikoa
Adierazpen sinbolikoa (formula)	parametroak hautematea	taularen kalkulua egitea, balioak emanez	irudikapen grafikoa	formularen eraldaketak

Funtzio baten irudikapen-sistemaren barruko itzulpenak

Hizkuntza grafikoa erabiltzen dugu ideiak irudien bidez adierazteko, eta oinarrizkoa da matematikako ikaskuntzarako eta irakaskuntzarako. Matematikako ideiak irudikatzeko

dauden eretako bat da. Hasierako urratsa da, eta prozesu baten irudikapena egiteko baliozko adierazpen formalak eraikitzen laguntzen du.

Grafikoetan edo aldagaien erabileran, eskaerak mota hauetakoak izan daitezke: interpretatu, eraiki edo itzuli (irudikapenerako erak). Interpretatzea grafikoari zentzua ematea da. Interpretazio kualitatiboan, bi aldagairen arteko erlazioaren esanahia esplizitu egin behar da, bai eta aldagai baten aldaketak beste aldagaian duen eragiteko modua ere (kobariazioa). Grafikoen interpretazio kualitatiboak sustatzen du matematikak balio duela fenomeno fisikoak interpretatzeko. Irudikapenekin egiten den lanean, kontutan hartu beharko da ikustea ez dela bistaratzea, eta begirada batek ez duela zertan ulermena eragin.

Trebetasun bisualak hauek dira: problemak irudikatzeko irudi sinpleak egitea, emandako egoerak irudikatzen dituzten adierazpenen interpretazioa egitea modu ulerkor batean, eta problemak ebazteko ereduak eta diagramak erabiltzea, modu egokian.

1.2.2. Hizkuntza formala (aljebraikoa)

Cockroft (1985) txostenaren 3. eta 12. ataletan seinalatzen denez: “matematika komunikazio-baliabide ahaltsua, laburra eta anbiguotasun gabekoa da”.

Matematikan, agerikoa denez, matematikako hizkuntzaren erabilera erabakigarria da heziketa-komunikaziorako. Matematikako hizkuntza formala prozesu luze baten lorpen kulturala da, eta, hizkuntza naturala ez denez, neketsua da hura ikastea. Matematikako hizkuntza ulertzeko zenbait ikaslek duten zailtasunean datza ikasle horiek porrota izatea matematikan. Hizkuntza formala modu esanguratsu batean ulertzera eta erabiltzera heltzeko, lehenago hizkuntza intuitiboagoekin lan egin behar da, eta hizkuntza batzuetatik beste batzuetara mailaz maila egindako itzulpenarekin. Sinboloak, gaiak eta haien arteko konbinazioak ezagutzea nahitaezkoa da, baina ez da nahikoa matematikako hizkuntza ulertzeko eta erabiltzeko.

Matematikan, teorema bat da frogatu daitekeen tesi bat. Hori beste modu batean ere adieraz daiteke: teorema bat da problemak ebazteko tresna baliagarri bat. Matematikako hizkuntza formalarekin, sinpletasuna, zehaztapena, unibokotasuna, sistematizazioa eta abar bilatzen dira. Irakaskuntzan, adierazpenei zentzua emanez ikasketa-prozesua erraztea da haren erabileraren helburua.

Matematika-hizkuntzaren berariazko hitz batzuk ez dira hizkuntza naturalaren parte izaten, hala nola hipotenusa, kosinua eta elikoidala. Beste hitz batzuek ez dute esanahi bera matematikako hizkuntzan eta hizkuntza naturalean: limitea, probabilitatea.

Lotura logikoetan, hizkuntza formala asko aldentzen da hizkuntza naturaletik. Ildo horretatik, esaldi hauek zentzu osoa dute: “Kepa edo Miren izena dut”, “2 handiago edo berdin 2 da”. Baina esaldi horiek absurdoak dira hizkuntza naturalean.

Irudikapen aljebraikoak eragiketa aritmetikoen orokortzeak dira, eta egiturazko eragiketak egin ahal izateko objektutzat hartzen dira. Letrak erabil daitezke orokortze edo ereduen deskribapenetarako (zenbaki orokorrak), ezagutzen ez diren kopuruak adierazteko (ezezagunak) edo kopuruen arteko aldakortasuna adierazteko (erlazio funtzionalak).

Sinboloa beste baten ordezkotzat hartzen den objektu bat da. Matematikako prozedurak eta kontzeptuak adierazteko era bat da. Ideiekin loturik dauden sinboloak ordezkatzen dituzten kontzeptuez pentsatzeko erabil daitezke. Sinboloak erabiliz ideia katramilatsuak errazago baliatzea manipulatzea da matematikaren egitate ahaltsuenetako bat.

Ikur matematikoen sistema batek irudikapen modu espezifiko bat eratzen du, irakasgaiaren mintzaira bat (Skemp, 1980), honako funtzio hauek betetzen dituena:

- Komunikazioa erraztea.
- Ezagutzak erregistratzea.
- Askotariko sailkapenak egitea.
- Jarduera gogoetatsua ahlbidetzea.
- Egiturak erakusten laguntzea.
- Errutinazko manipulazioak automatizatzea.
- Jarduera mental sortzailea gauzatzea.

Ikurrek ideiak orokortzen laguntzen dute, baita ideia horiek zenbait egoeratan aplikatzen ere, eta ikasketaren transferentzia errazten dute. Ikurren erabilerak ere ahalbidetzen du ideiak irudikatzeko era alternatiboak ebaluatzea eta besteek erabilitako irudikapenen egokitasuna epaitzea. Ikaskuntzaren helburuetako bat behar du izan ikasleek ikurretarako esanahia eraikitzea (“matematikaren ikaskuntzarako oinarrizko problema esanahia eraikitzea da, zorroztasuna bainoago”; Thom, 1973). Ikurretarako esanahiak eraikitzea eta esanahi horiek erabiltzea problemen ebazpenean txanpon beraren aurpegi biak dira.

- Jarduerak:

1. Curriculumaren bloke baten ikasgai bat hartzea, eta zehaztea zer irudikapen mota erabil daitezkeen ikasgai horretan.
2. Jarduera bat diseinatzea, non irudikapen-sistema bat baino gehiago erabili behar den.

1.3. Komunikazioa

Curriculuma, EHAA, 2009ko otsailaren 27koa

18. artikulua.– Oinarri pedagogikoak.

*4.– …, baita irakurketarako interesa eta ohitura eta **jendaurrean egoki adierazteko** gaitasuna pizten duten jarduerak ere*

Batxilergoko hezkuntza-gaitasun orokorrak…..Honako hauek dira:

*c) **Komunikatzen** ikasi.*

Oinarrizko zortzi gaitasunak

*d) **Hizkuntza-komunikaziorako** gaitasuna.*

3.– MATEMATIKARAKO GAITASUNA.

*Azken batean, matematikoki arrazoitzeko, argudio matematiko bat ulertzeko eta **hizkuntza matematikoan adierazi eta komunikatzeko** bidea ematen duten trebetasunak eta jarrerak aplikatzea da.*

MATEMATIKA I eta II

SARRERA

*– Oso garrantzitsua da ikasleek **matematika-hizkuntza** guztien bidez zehaztasunez **komunikatzen ikastea**: bai ahoz, bai idatziz. Batetik, ahoz, hizkuntzaren zehaztasuna sustatu behar da eta matematika-terminoak erabiltzea ideiak elkarri jakinarazteko; ideia, pentsamendu edo arrazoibide bat justifikatzeko; problema bat ebazteko prozesua azaltzeko, etab. Bestetik, matematika-hizkuntza idatziaren (aljebraikoaren, geometrikoaren, grafikoaren…) aukera guztiak eraginkortasunez erabili behar dituzte ideiak transkribatzeko, problemak ebazteko, eta idazketa sinplifikatzeko eskemak, irudiak eta sinboloak egiteko.*

Komunikazioa pertsonen arteko prozesu elkarreragilea da, eta igorlearen eta hartzailearen arteko harremana eragiten du. Informazioa norabide bakarrekoa izan daiteke, baina komunikazioa norabide bikoa da, hau da, igorlearen eta hartzailearen arteko trukea

gauzatzen da. Komunikaziozko prozesuetan, informazioa norabide bitan edo gehiagotan ibiltzen da, eta prozesu horiei elkarreragileak esaten zaie.

Ikasle askorentzat, matematikako klasea, neurri handi batean, pasiboa eta entzutezkoa da. Nahiz eta mezua bidaltzera zuzenduta egon irakaslearen jarduera, ikasleek hauteman dezakete entzulearengana zuzendua dela irakasleak esandakoa. Irakasleok sustatu behar dugu bai entzute kritikoa, bai azalpenak ematean ahozko jariotasuna izatea. Ikasleek testuliburu batean ikusten dutena edota irakasleak ahoz emandako argudio eta azalpen guztiak aratzak eta joriak izaten dira; alegia, ez daude zalantzaz, moteltasunez, itzulinguruz eta birformulazioz beteta, haienak –ikasleenak– bezala. Ikasleen ahozko erabilera joria helburu garrantsitzutzat hartu behar da.

Komunikazioak bi aldeen arteko konplizitatea eskatzen du, eta, konplizitate hori gauzatu dadin, lau printzipio bete behar dira:

- *Kalitatea*: informazioak egiazkoa eta fidagarria izan behar du.
- *Kantitatea*: ez da informazio gehiegi ezta gutxiegi ere eman behar.
- *Erlazioa*: galderen erantzun zehatzak eman behar dira.
- *Modalitatea*: baliabide ugari erabili behar dira, argitasuna, ordena eta laburtasuna lortzeko.

Komunikazioa bere testuinguruan ulertu behar da, hartzen den informazioaren esanahi guztia atzeman ahal izateko. Komunikazio-prozesu batek bere baitan hartzen du denboran zehar gertatzen diren komunikazio-ekintzen hurrenkera bat.

Irakaskuntzarako komunikazio-prozesu bat heziketa-estrategia batekin asimila daiteke; komunikazio-ekintza bat, aldiz, jarduera edo ataza batekin asimila daiteke.

Matematikan ikaskuntza-irakaskuntza prozesu bat gauzatu dadin, beharrezkoa da curriculumeko gairen bat garatzea, eta irakaslearen eta ikaslearen artean komunikazio-prozesu bat egotea; hots, irakaskuntzaren edukiez gainera, kontuan hartu behar da eduki horien inguruko interakzioa ere. Komunikazio-prozesu horretan, irakaslearen ikuspuntua irakaskuntzarena da, eta ikaslearena, ikaskuntzarena.

Irakasten eta ikasten dutenean, irakasle eta ikasleek giza ekintza bat garatzen dute: ekintza hori ulergarri izango da, baldin eta biek beren zentzua partekatzen badute eta elkarri aitortzen badizkiote interakzioan jarritako itxaropen eta asmoak. Irakasle eta ikasleen arteko trukeak ez dira soilik eskema kognitiboenak, alderdi emozionala ere nabarmentzen baita.

Komunikazioa lortzeko, irakasleak esplizitu jarri behar du zer lortu nahi duen komunikazio horrekin, hau da, zein diren beraren interes partikularrak. Irakasleak, ataza bat proposatzen duenean, agerian jarri behar du zer xede duen ataza horretarako.

Irakaslearen xede gogoetatsua diziplinaren eta ikasleen arteko bitartekari gisa ulertu behar da. Azturak, errutinak, liburuan dagoenak, selektibitatean galdeturikoak eta abarrek badute eragina xede inplizituan. Xede esplizitua kontzienteki eta borondatez aukeratzen da: *deribatua interpretatzeko, ataza hau proposatzen dut, funtsezko kontzeptua baita diziplina askotan*.

Ikasleen arteko interakzioa desberdina da; arruntki, autorregulazio eta iradokizun gabekoa da, eta, beraz, ez du betetzen ikaskideen arteko ikaskuntzarako bitartekari-funtzioa.

Matematikako komunikazio-prozesuak garatzeko ahalmena funtsezkoa da matematikako irakaskuntzan. Matematikoki argudiatzearen, azalpenak ematearen eta komunikatzearen trebetasuna prozeduren esanahiei buruz hausnarketa egitean oinarritzen da; egindakoa partekatzeak esan nahi du ez soilik jarraituriko prozedura azaltzea, baizik eta azalpenak ematea eta justifikatzea.

- Jarduera:

1. Limitearen definizioa. Hizkuntza naturaletik formalizazioranzko prozesuak

Jarduera horren helburua da aztertzea nola jorratu den limitearen kontzeptua testuliburuetan. Horretarako, duela zenbait urtetako testuliburu batzuk eta gaur egungoak hartu, eta haien arteko desberdintasunak aztertu behar dira.

2. gaia. BATXILERGOKO IKASLEEN EZAGUTZA KOGNITIBOAK. ERROREAK ETA ZAILTASUNAK

2.1. Matematika ikastean sortzen diren zailtasunak

2.2. Ikasleek matematikan egiten dituzten erroreak

2.1. Matematika ikastean sortzen diren zailtasunak

Buxton-ek (1981), *Do you panic about Maths?* liburuan, matematikaren izaerari buruzko zenbait sinesmen garrantzitsu aipatzen ditu. Zehazki, gurasoengandik seme-alabengana transmititzen diren sinesmenez dihardu:

1. Matematika finkoa, aldaezina, kanpokoa, gozakaitza eta irreala da.
2. Matematika abstraktua da, eta errealitatearekin erlaziorik ez duena.
3. Matematika gutxi batzuei ulergarri egiten zaien misterio bat da.
4. Gogoratu beharreko egitate eta arauen bilduma bat da.
5. Matematikak baieztatzen dituen zenbait gauzak sen onari laido egiten diote.
6. Matematikaren arloan, adimenari buruzko iritziak emateaz gainera, norberaren baliozkotasunari buruz ere epaitzen da.
7. Gehienbat, kalkulua da.

- Matematikaren ikaskuntzako **oztopoak**

Bachelard-ek zientzia esperimentaletarako definituriko kontzeptu bat da (1938). Matematika arloan, Brousseau-k (1983), Sierpinska-k (1985), Artigue-k (1989) eta Tall-ek (1989) jorratu dute. Azken horrek oztopo kognitiboak esaten die oztopo horiei.

Oztopoa erdietsitako ezagutza bat da, eta, beraz, ez da ezagutza eza. Badu efikazia-eremu bat, hots, testuinguru egoki batean erantzunak emateko erabiltzen da. Testuinguru horretatik kanpo, faltsua da. Hauskaitza da; nahitaez identifikatu behar da, eta ezagutza berrian integratu.

Adibidez, kasu sinpleetan oinarritutako oztopoak; seguruenik, denbora luzean, kasu konplexuagoetara pasatu aurretik, ikasleari kontzeptu baten inguruko kasu sinpleak baino aurkezten ez zaizkionean eraginda.

Beste adibide bat: Bigarren Hezkuntzako ikasle askok aldi berean adierazitzat eta adierazletzat hartzen dute funtzioen irudikapen grafikoa. Funtzioaren kontzeptua funtzio horren kurbak sorturiko irudikapen bisualera mugatzen da (irudikapen ikonikoa).

- Zailtasunetan, sei kategoria bereizten dira:

1. Matematikako objektuen **konplexutasuna**ri lotuak

Bereziki, hizkuntzaren erabilera askorekin daude erlazionaturik, bai hizkuntza arruntarekin, bai formalarekin. Baita hizkuntza sinbolikoaren zehaztapenarekin ere. Baita testuinguruaren eta tradizioaren eraginarekin ere ("kapitainaren adina"). Matematikako kontzeptuen izaera abstraktuak ere badu eragina.

2. Matematikako **pentsaeraren prozesu**ei lotuak

Matematikako izaera logikoan azaleratzen dira. Alderdi deduktibo-formala. Matematikako arauen aplikazio instrumental baten mesedetan demostrazio formal batzuk alboratzeak ez du nahitaez esan nahi pentsamendu logikoa bertan behera utzi behar denik.

Adibidea: bizitza arruntean, zenbaki hamartarrak zenbaki osoen bikote gisa erabiltzen dira. Honela esaten dugu: Andrea metro eta laurogei luze da. Eredu horren izaera soziala da, eta ikaslearen adimenean finkatzen da. Zenbait errorek hor dute sustraia:

1,3 < 1,28 zeren eta 3 < 28, edo

0,3 x 0,3 = 0,9 zeren eta 0 x 0 = 0 eta 3 x 3 = 9, edo

1,3 eta 1,4 artean ez dago beste zenbakirik, 3 eta 4 artean zenbakirik ez dagoelako

Beste adibide bat: harlauza karratua ez da laukizuzentzat hartzen (sailkapenak).

3. Matematikako pentsaerak eragindako **hausturak**

Aurretiazko jakintza matematikoak, prozedura inplizituak eragiten ditu problema matematikoak ebaztean. Maiz, eredu horiek egokiak dira, baina, batzuetan, jakintza matematiko berrirako oztopo bilakatzen dira.

Adibideak:

1. Lehen Hezkuntzan, biderketak batuketa errepikatu gisa azaltzen dira. Batuketa errepikatu horrek ezin dio zentzurik eman beste zenbakiekin (negatiboak edo arrazionalak) egindako

biderketari. Beharrezkoa izango da Z eta Q-ren barruko biderketari zentzua ematea, eta, horretarako, zenbaki sortu berri horien eta antzinako zenbakien arteko identifikazioa egin beharko da.

2. Eredu lineala, batzuetan, beste ereduetarako oztopo bihurtzen da. Adibidez, $ax+b$, x^2, $\sqrt{x}$ edo $\frac{1}{x}$ ereduei linealtasunaren propietateak aplikatzen zaizkie:

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2,\ \sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b},\ \frac{1}{x+y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

Lehendabiziko erroreak indar gehiago hartzen du formula honekin duen analogiagatik:

$$(a+b)\ (a-b) = a^2 - b^2$$

Beste funtzio batzuei ere linealtasunaren propietateak aplikatzen zaizkie:

$$sin3a = 3sina \quad edo \quad 2^{n+m} = 2^n + 2^m$$

Izaera esponentzialeko problemak ebaztean, antzeko egoerak suertatzen dira; adibidez, gure ikasleei eskatzen badiegu orri bat hartzeko eta tolesdurak egiteko, behin edo birritan, eta galdetzen badiegu ea zenbat paper zati ditugun n aldiz tolestuz gero, orduan, ikasle askok erantzungo digute 2n, hots, eredu lineala kontuan hartzen dute. Hausnarketa sakonagoa eginez gero, 2^n erantzuna aurkitzen dute.

Pentsaera modu batzuek sorturiko eredu inplizituak zailtasun bihurtzen dira ezagutza matematikoaren prozesurako; gainera, ekidin ezinezko zailtasunak dira. Irakasleok oztopo horiek ezagutu eta oztopo horien gainean hausnartu behar dugu, halako zailtasunik sor ez dadin irakaskuntzan.

4. Matematikaren **irakaskuntza-prozesu**ei lotuak

Matematikako curriculumaren inguruko zailtasunak lau dira: trebetasunak, ikasleen matematika-gaitasuna definitzen duten ahalmen matematiko batzuk garatu daitezen, aurretiazko ezagutzen beharra, abstrakzio maila eta eskola-matematikaren izaera logikoa.

Irakaskuntza-metodoek eskola-instituzioari eta curriculumeko antolaketari loturik egon behar dute. Askotariko alderdiak hartu behar dira kontuan; adibidez, hizkuntzak ikasleen ulermenari eta ahalmenei egokitua egon behar du; unitate didaktikoen sekuentziazioak, berriz, matematikak duen barneko logikari egokitua; eskolako erritmoarekin zerikusia duten

banakako desberdintasunei errespetua , baliabideak eta irudikapen-sistema egokiak zor zaizkie.

5. Ikasleen **garapen kognitiboa**ri lotuak

Irakaskuntzako materialak diseinatzean, garapen intelektualaren estadio orokorrak ezagutuz gero −haien ezaugarriak dira arrazoibide bereizgarri bat izatea eta ikasleek matematikako ataza jakin batzuk egiteko ahalmena izatea− baliozko informazioa eratzen du irakaslearentzat. Alta, badira garapen kognitiboaren inguruko teoria asko, eta, arrazoiak arrazoi, ez dute eragin argirik izan Bigarren Hezkuntzako matematika-eskoletan. Badira zenbait ikuspegi mota: hierarkikoa, ebolutiboa, estrukturalista, konstruktibista eta informazioaren prozesamenduarena (Resnick, 1990; *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*).

6. Matematikarekiko **emozio**-jarrerei eta **jarrera afektibo**ei lotuak

Jakin badakigu ikasle askok, are gaitasun gehien dutenek ere, ez dutela matematika gustuko izaten. Makina bat ikaslek izaten dituzte tentsiozko eta beldurrezko sentipenak matematikarekiko. Gorroto horretan eragina duten alderdiak, duda barik, asko dira. Besteak beste, ezagutza matematikoaren izaera hierarkikoa, irakasleen jarrera ikasleekiko, irakaskuntza-estiloak eta matematikarekiko transmititzen dizkiegun jarrerak eta sinesmenak.

Matematikarekiko emozio eta ezezko jarrera asko antsietateari eta beldurrari lotzen zaizkie. Ataza bat bukatzeko antsietateak, porrot egiteko edo erratzeko beldurrak eta abarrek jatorri afektiboa duten blokeoak sortzen dituzte, eta blokeo horiek ikaslearen jardun matematikoan eragiten dute.

2.2. Ikasleek matematikan egiten dituzten erroreak

Batxilergoko ikasleek egin ohi dituzten errore batzuk aztertuko ditugu.

1. adibidea:

Noizean behin, zenbait ikaslek honela egiten dituzte zatikien baturak:

$$a/b + c/d = (a + c)/(b + d)$$

Prozedura hori, gehienetan, okerra da, baina ez beti. Adibidez:

$$(-18)/3 + 8/2 = (-18) + 8/3 + 2;\ (-12)/2 + 3/1 = (-12) + 3/2 + 1;\ldots$$

- Oso errore ezaguna da zatikietan digitu berdinak sinplifikatzea:

$$\frac{16}{64}=\frac{1}{4}$$

Aurrekoa bezalako kasuetan, adibidez, zuzena da.

$$\frac{11}{11}=\frac{1}{1},\ \frac{26}{65}=\frac{2}{5}\dots$$

2. adibidea: sasidemostrazioak

Matematikoki, honelako froga faltsuak egin ditzakegu:

"4 berdin 5" edo "2 berdin 1" edo "triangelu guztiak isoszeleak dira"

$-20=-20$	x = 1
$16-36=25-45$	$x^2=x$
$16-36+(\frac{9}{2})^2=25-45+(\frac{9}{2})^2$	$x^2-1=x-1$
$(4-\frac{9}{2})^2=(5-\frac{9}{2})^2$	x + 1 = 1
$4-\frac{9}{2}=5-\frac{9}{2}$, eta, orduan: 4 = 5	1 + 1 = 1, eta orduan: 2 = 1

Aurreko kasuak balia daitezke errore horien abiapuntuan dauden ezkutuko propietateetan arreta jartzeko, eta, bide batez, zenbait kontzeptu hobeto ulertzeko aukera ematen dute. Adibidez, a + b / a + c = b/c errorea egiten bada, orduan plantea daiteke noiz betetzen den berdintza hori. Modu berean, pseudodemostrazioetan, berdintzarekin eta erroekin loturiko galderak egin daitezke, eta honako hau ondorioztatu:

$a=b\Rightarrow a^2=b^2$ beraz, $a=b\Rightarrow\sqrt{a}=\sqrt{b}$ faltsua da.

Erroreei aurre egiteko estrategia batzuk:

- Ziurtatu antzinako ikur-sistemaren zeinu matematikoek ez dutela zailtasunik sortzen.
- Ez azkartu zeinu berriaren ikasketa.
- Saihestu matematikako ikurrak konplexuegiak izatea.
- Ziurtatu ondo bereizten direla objektu matematiko batek dituen esanahi guztiak.

Dena dela, konponbideek zerikusi gehiago dute egunerokotasunarekin, ikaslearen eta irakaslearen artean eskolan egunero sortzen den interakzioarekin. Diagnostiko eta ebaluazio on batek, neurri handi batean, mugatzen dute erroreen eraginkortasuna.

2.2.1. Curriculumeko gaiekin erlazionatutako errore eta zailtasun batzuk

1. Zenbaki errealak

Zenbaki hamartarrekin lan egiteak infinituaren aurrean jartzen gaitu. Halaber, jarraitu linealaren nozioa zailtasun, kontraesan eta paradoxa askoren iturburua da. Hona hemen zenbaki errealak ulertzeko izaten diren zailtasun batzuk:

- Eragile-notazioaren eta notazio hamartarraren arteko korrespondentziaren alderdi batzuk.
- Neurriaren esanahia eta erabilerak.
- Zenbait luzera neurtzean sortzen den adierazpen hamartar infinituaren bukaezintasunak gatazka sortzen du, luzeraren tamaina finitua baita.

2. Funtzioak eta irudikapena

- Erroreak egitea ardatzetako graduazioan.
- Koordenatuen hurrenkera alderantzikatzea.
- Erroreak egitea koordenatu arrazionaletako puntuak irakurtzean eta irudikatzean.
- Zuzenki edo zuzen baten puntuak multzo diskretutzat hartzea.
- Grafikoen irakurketa ikonikoa.
- Zailtasunak izatea puntuz puntuko irudikapenetik irudikapen globalera iragatean.
- y = 4 funtziotzat ez hartzea x-ren menpe ez dagoelako; edo funtziotzat hartzea, $x^2 + y^2 = 1$ barneratua dutelako.

Adibidea: ikasle batzuek zailtasun bereziak izaten dituzte zuzen baten malda kalkulatzean. Hona erro batzuk (*Cálculo diferencial e integral*, Azcárate, C.; 34. or.):

- Zatiketa egitean, bi aldagaiak trukatzeagatik errorea egitea.
- Errorea egitea zeinuan.
- Errorea egitea aldaketak irakurtzean.

3. Limiteak, jarraitutasuna eta deribatuak

- Funtzioak irudikatzean, lau sistemen arteko integrazio falta izatea; seguruenik, tratamendu aljebraikoaren irakaskuntzan jartzen delako indarra.
- Limiteei dagokienez, "nahi den bezain hurbil" edo "-rantz doa" adierazpenak modu berean ez interpretatzea, eta oker interpretatzea.

- Deribatuaren definizioak oinarri dituzten prozesuak ulertzeko zailtasunak izatea; nolanahi ere, maila ona izaten dute manipulazio aljebraikoan.
- Deribatuaren esanahi geometrikoa ulertzeko zailtasunak izatea, kurba baten ukitzailea zuzen ebakitzaileen limitetzat hartzen denean.
- Ikasleen tipologia, abiadura kontzeptuari dagokionez: une bateko abiaduraren nozioa interpretatzeko eskema kontzeptualaren gabezia duten ikasleak, une bateko abiadura kalkulatzean hurbilketak erabiltzen dituzten ikasleak, eta limitearen nozioa erabiltzen dutenak.

Deribatuak kalkulatzean, ikasleek kontzeptu- eta prozedura-errore eta zailtasun hauek izaten dituzte, besteak beste (*Cálculo diferencial e integral*, Azcárate, C.; 75. or.):

- Zenbakiak edo parametroak aldagaiekin nahastea (adibidez, $\sqrt{2}$ edo a^2 deribatzea $\sqrt{x}$ edo x^2 izango balitz bezala).
- Funtzio esponentziala potentzialarekin asimilatzea eta, horrenbestez, x^n -ren deribazioaren formula esponentzialei aplikatzea.
- Zatiki baten deribatuaren zenbakitzailean gaien hurrenkera nahastea.
- Funtzio bat testuingururik gabe dagoenean, haren deribatua sinplifikatu gabe uztea, emaitzari garrantzi nahikorik ematen ez diotelako.
- Funtzio konposatuaren eta alderantzizko funtzioaren kontzeptuak ulertzeko zailtasunak izatea.
- Ardatzekiko ebakidura-puntuak kalkulatzean eta lehenengo eta bigarren deribatuen zeroak kalkulatzean sorturiko hirugarren edo maila altuagoko ekuazio polinomikoak eta $\frac{f(x)}{g(x)} = 0$ motakoak ebaztea.
- Optimizazio-problemetan, enuntziatutik optimizazio-egoerara igarotzea, eta, behin emaitza lortuta, planteatutako problemaren arabera interpretatzea.
- Funtzio bat ikasteko prozesuko urratsak elkarren arteko loturarik gabe hartzea.

4. Probabilitatea

- Probabilitate kontzeptura ezin da heldu probaren eta errorearen bidez.
- Probabilitatezko izaera duten informazioak interpretatzeko zailtasun handia izatea; gehienbat, maiztasunezkoetan. Izan ere, pentsamendu deterministek baldintzatzen dituzte argudio asko.

- Probabilitatezko egoera baten aurrean erabakiak hartzean, errore sistematikoak egitea eta jokabide estereotipatu iraunkorrak izatea. Adibidez, populazio batetik ateratako gertaera bati probabilitate bat esleitzea, gertaera horrek populazio osoarekin duen antzekotasunaren arabera; jendeak pentsatu ohi du probableagoak direla errazen gogoratzen diren gertaerak. Aurretiaz egindako gertaera ausazkoek emaniko informazioa kontuan ez hartzea.

5. Estatistika

- Bi talderen batezbestekoen arteko edozein diferentzia adierazgarria dela sinestea.
- Justifikatu gabeko konfiantza izatea lagin txikietan.
- Mundu errealean aldakortasunik ez dagoelako sinesmen okerra izatea.
- Ausazko lagin baten tamaina populazioaren tamainaz bestekoa delako sinesmen okerra izatea.
- Kontingentziako tauletan, ikasleen interpretazio askotarikoak, eta ez beti zuzenak.
- Grafikoen datuak irakurtzea inolako interpretaziorik egin gabe, soilik grafikoetan esplizituki adierazitako egitateei kasu eginez.
- Datuen artean irakurtzea; horretarako, beharrezkoak dira alderaketak, trebetasunak eta kontzeptu matematikoak.
- Datuak baino haratago irakurtzea; horretarako, beharrezkoa da zabaltzea, iragartzea eta inferentziak egitea.

Jarduerak

1. Egin programaren ikasgai batzuetako erroreen zerrenda.
2. Gogoratu matematikako ikasle gisa bizi izandako egoera bat, non zailtasun edo gatazkaren bat bizi izan zenuen, ikasgelan. Deskribatu egoera testu labur batean, eta jarri ideia nagusia izenburu gisa.
3. Osatu aurreko testu hori ikasleei egingo zenizkiekeen galderekin, eta aurreratu ikasketa horretatik atera zitezkeen zenbait ondorio. Berrikusi lehendabiziko testua, eta ikusi ea ulergarria eta entretenigarria den. Zehaztu zer helburu dituen Bigarren Hezkuntzako gela batean lan horrekin egin daitekeen ikasketa. Egiaztatu ea kasu-ikasketa horretan aintzakotzat hartu diren matematikako curriculumaren alderdiak.
4. Ikasgaiari dagokion artikulua:

http://www.doredin.mec.es/documentos/01820103010769.pdf
(selektibitatean egindako erroreak).

3. gaia. MATEMATIKA ETA EBALUAZIOA: KANPOKO ETA BARRUKO ERREFERENTZIAK. GAITASUNEN EBALUAZIOA BATXILERGOAN

3.1. Gaitasunen ebaluazioa

3.2. Matematikaren ebaluazioa Batxilergoan

3.3. Ebaluaziorako orientabideak

XIX. mendetik aurrera, ebaluazio-tradizio berri bati ekin zioten. Ebaluazio mota hori oso hurbil dago gaur egungotik. Garai hartako nahitaezko erreferentziak dira H. Mann-ek 1845ean idatzizko azterketari buruz landutako ideiak, G. Fisher-ek 1864an konparaziozko eskalekin egindako metodoak eta J. M. Rice-k 1894an programei buruz egindako informazio-testak.

3.1. Gaitasunen ebaluazioa

Gaitasunen ereduan, helburuak ez dira ezagueren arabera deskribatzen, baizik eta jardueren bidez. Gaitasunen bidez lan egitean, erdigunea atazetan jartzen da, eta, haien bidez, ikasleak bere ikaskuntza lortuko eta garatuko du.

Ebaluazioak bi alderdi hartu behar ditu kontuan: atazak ebazteko baliabideen kudeaketa eta baliabideak zein diren ongi jakitea. Eredu funtzionalean, gaitasunak ikaskuntza-itxaropenak izanda, testuinguruan azaltzen dira; tresna kognitiboak erabiltzen dituzte, eta ipinitako problemei eta eskaerei erantzuteko erakusten dira, praktikan jartzen diren jokaera, erabaki eta jarrera batzuen bidez. Planteamendu instrumentalaren eta funtzionalaren arteko desberdintasuna da azken horretan matematikako tresnak testuinguru errealetan erabiltzen direla, ez konbentzionaletan; gainera, erlazioak eta loturak ezartzen dira zenbait tresnaren artean.

PISAk (Programme for Internacional Student Assessment; Niss, 2002) honako azpigaitasun hauek finkatu ditu matematikako gaitasunaren barnean:

1. Pentsatzea eta arrazoitzea (PR)
2. Komunikatzea (C)

3. Ereduak egitea (M). Matematikaren eta fenomeno fisiko, natural, artistiko eta ekonomikoen artean lotura egitea, fenomeno horiek interpretatzea eta haiei buruz jardutea.

4. Irudikatzea (R). Teknika propioak, askotarikoak eta erabilgarriak ongi ezagutzea, haien bidez kontzeptu matematikoen propietateak irakastea eta lantzea ahalbidetzen dutenak.

5. Argudiatzea eta justifikatzea (AJ). Norberaren eta besteen ideiak eztabaidatzeko, norberaren ezaguerari buruzko baieztapenak justifikatzeko edo inferitzeko, eta espiritu kritikoa garatzeko gaitasuna.

6. Problemak planteatzea eta ebaztea (R). Teknika, esperientzia eta trebetasunen multzo zabala hartzen du bere baitan. Haien bidez, garrantzizko galderak planteatzen eta erantzuten dira, eta, horretarako, matematikako egiturak, kontzeptuak eta erlazioak baliatzen dira.

7. Eragiketak eta hizkuntza sinbolikoa, formala eta teknikoa erabiltzea (LS). Garrantzitsua da, gaitasun instrumentala baita.

8. Euskarri eta tresna teknologikoak erabiltzea (HT).

Azpigaitasun horiek guztiek adierazten dute zein diren epe luzeko ikaskuntza-itxaropenak.

PISAko eredu funtzionalak hiru aldagai ditu atazak ezartzeko eta ebaluatzen dena ezaugarritzeko:

1. Ataza ebaztean erabiltzen den matematika-edukiaren aldagaia

Edukien aldagaia lau kategoriatan antolatzen da, hala ziurtatzen baita curriculumean zehar erabilitako atazak ondo taxutzen direla. Hauek dira: kopurua, espazioa eta forma, aldaketak eta erlazioak, eta ziurgabetasuna (hauekin asimila daitezke: aritmetika, geometria, analisia, estatistika).

2. Problemaren testuingurua edo egoeraren aldagaia

PISAn, lau egoera ematen dira: pertsonalak, heziketakoak edo lanekoak, publikoak, eta zientifikoak.

3. Konplexutasun mailaren aldagaia; auzi bat ebazteko, tresna matematiko batzuk mundu errealarekin lotu behar dira, eta tresna horiek prozesu batzuen bidez aktibatzen dira. Bada, prozesu horien konplexutasuna neurtzen da aldagai honetan, eta hiru maila ditu: erreprodukzio-atazak, konexio-atazak eta hausnartzeko atazak. Hona hemen haien ezaugarriak:

Erreprodukzioa	Konexioa	Hausnarketa
Testuinguru	Testuinguru ez hain ezagunak	Ulertzea eta hausnartzea

ezagunak		eskatzen dute
Lehen erabilitako ezaguerak	Azaltzea eta interpretatzea	Sormena
Algoritmoen aplikazioa	Zenbait irudikapen-sistema mota erabiltzea eta erlazionatzea	Kontzeptuak erabiltzea eta adibideekin adieraztea
Eragiketa xumeak	Ohi bezalako problemak ez direnak ebazteko estrategiak erabiltzea	Ezaguerak erlazionatzea
Oinarrizko formulak		Emaitzak justifikatzea eta orokortzea

Ricok dioenez (288.-289. or.), zaila da PISAk proposaturiko marko analitikoa ikasgelako eguneroko praktikan txertatzea, bakana eta bere apartekoa baita.

Hezkuntza sailak curriculumari buruz argitaratutako dekretuetan ez da azpigaitasunez berba egiten, baina honako planteamendu hau hobesten da orain arte argitaratutako dokumentuetan:

Matematikarako gaitasunak baditu “dimentsioak”. Dimentsio horietako bakoitzak baditu azpigaitasun batzuk, eta ebaluazio-irizpide jakin batzuk ezartzen dira azpigaitasun horietako bakoitzerako. Ebaluazio-irizpideak dira ikasleak egin beharko lituzkeen zeregin zehatzak, gaitasuna lortu duela erakusten dutenak:

DIMENTSIOAK → AZPIGAITASUNAK → EBALUAZIO-IRIZPIDEAK

Matematikarako gaitasunak honako dimentsio hauek ditu:

- Kopurua
- Espazioa eta forma
- Aldaketak, erlazioak eta ziurgabetasuna
- Problemen ebazpena

3.2. Matematikaren ebaluazioa Batxilergoan

Batxilergoko curriculuma (EHAA, 2009ko otsailaren 27koa)

22.3 artikulua

"Ikasgai bakoitzeko irakasleak erabakiko du ikasturtea amaitzean ikasleek aurreikusitako gaitasunak lortu dituzten ala ez, oinarrizko erreferentzia gisa ebaluazio-irizpideak hartuz"

22.4 "Irakasleek ikasleek ikasitakoa zein ikaskuntza-prozesuak eta beren irakaskuntza ebaluatuko dituzte".

Ebaluazio-irizpideak

Matematika I	*Matematika II*
Informazioa aurkeztea eta trukatzea, analisiak egitea eta ondorioak ateratzea eguneroko bizitzako egoerei eta zientziaren interesa pizten dutenei buruz, zenbaki errealak eta konplexuak eta haiekiko eragiketak erabiliz. (7 adierazle)	*Hainbat egoera interpretatzea eta ebaztea eta, matrize-hizkuntza eta eragiketak matrizeekin eta determinanteekin erabiltzea datuak eta erlazioak adierazteko eta interpretatzeko. (6 adierazle)*
Problemak eta egoerak ebaztea eta, horretarako, adierazpen aljebraikoen bidezko ereduak egitea, eta emaitzak testuinguruaren arabera interpretatzea (6 adierazle)	*Ekuazio-sistema linealen bidez adieraz daitezkeen problemak eta egoerak ebaztea, horretarako, metodo eta erregelarik egokienak aplikatuta, eta emaitzak testuinguruaren arabera interpretatzea. (6 adierazle)*
Hainbat egoera eskema geometrikoen bidez itzultzea eta ebaztea eta, horretarako, hainbat teknika trigonometriko erabiltzea, eta emaitzak interpretatzea (7 adierazle)	*Espazioko geometriaren berezko edukien bidez azter daitezkeen problemak eta egoerak ebaztea, horretarako, baliabiderik egokienak erabilita, eta emaitzak interpretatzea eta balioestea. (7 adierazle)*
Planoko geometria analitikoaren berezko edukien bidez azter daitezkeen problemak eta egoerak ebaztea eta, horretarako, baliabiderik egokienak erabiltzea, eta emaitzak interpretatzea eta balioestea (8 adierazle)	*Zientzia-, natura- eta teknologia-arloko gertakarien inguruko egoerak aztertzea eta ebaztea, limitearen eta deribatuaren kontzeptuak erabiliz eta horiek kalkulatuz, eta baita haien propietateak ere, eta horretarako, bitarteko teknologikorik egokienak erabiltzea. (7 adierazle)*
Gizarte- eta zientzia-arloko gertakariak interpretatzea eta analizatzea eta haiei buruzko ondorioak ateratzea eta, horretarako, ereduak egitea funtzio-familiarik ohikoenen bidez (5 adierazle)	*Aljebraikoki eta esplizituki adierazitako funtzioen ezaugarri nagusiak aztertzea eta analizatzea eta, horretarako, kontzeptu, propietate eta prozedura egokiak erabiltzea. (5 adierazle)*
Oinarrizko funtzioen (funtzio polinomiko eta arrazional bakunen eta funtzio trigonometrikoen, esponentzialen eta logaritmikoen) funtsezko propietateak (hazkundea, beherapena, jarraitutasuna, infiniturako joera...) ezagutzea eta adieraztea eta haien ezaugarri grafikoak adierazpen aljebraikoarekin erlazionatzea (4 adierazle)	*Azalerak kalkulatzeari buruzko problemak ebaztea eta, horretarako, integralak kalkulatzea, funtzio bakunen grafikoek mugatutako eremu lauen azalera neurtzeko. (6 adierazle)*
Estatistika-taula eta grafiko bidimentsionalak egitea eta interpretatzea, bitartekorik egokienak (arkatza eta papera, kalkulagailua edo ordenagailua, kalkulu-orria) erabiliz; parametro nagusiak kalkulatzea; eta ondorio zuzenak ateratzea (6 adierazle)	*Eguneroko bizitzako problemei eta ikerlan txikiei heltzea eta, horretarako, informazioa antolatzea eta kodetzea, hipotesiak egitea, estrategiak hautatzea eta matematikaren berezko baliabideak eta arrazoibideak erabiltzea. (8 adierazle)*
Ausazko gertaera bakunen eta konposatuen (mendekoen eta askeen) probabilitateak zehaztea eta, horretarako, zenbaketa-teknikak, zuhaitz-diagramak eta kontingentzia-taulak erabiltzea (5 adierazle)	*Matematika-jarduerarekin lotutako jokabideak sistematikoki balioestea eta aplikatzea: besteak beste, jakin-mina, saiatua izatea, nork bere ahalmenetan konfiantza izatea, ordena eta berrikuspen sistematikoa; talde-lanean parte hartzea, besteren iritziak errespetatuz eta ikaskuntza-iturritzat hartuz; eta helburu komuna lortzeko lan egitea. (4 adierazle)*
Probabilitate-banaketa batekin bat datozen egoerak ebaztea eta, horretarako, banaketa binomialari eta normalari dagozkien teknikak erabiltzea (5 adierazle)	
Eguneroko bizitzako problemei eta ikerlan txikiei heltzea,eta, horretarako, informazioa antolatzea eta kodetzea, hipotesiak egitea, estrategiak hautatzea eta matematikaren berezko baliabideak eta arrazoibideak erabiltzea (7 adierazle)	
Matematika-jarduerarekin lotutako jokabideak sistematikoki balioestea eta aplikatzea: besteak beste, jakin-mina, saiatua izatea, nork bere	

ahalmenetan konfiantza izatea, ordena eta berrikuspen sistematikoa; talde-lanean parte hartzea, besteren iritziak errespetatuz eta ikaskuntza-iturritzat hartuz; eta helburu komuna lortzeko lan egitea (4 adierazle)	
64 adierazle	*49 adierazle*

Gizarte Zientziei Aplikatutako Matematika I	*Gizarte Zientziei Aplikatutako Matematika II*
1.– Informazioa aurkeztea eta trukatzea, analisiak egitea eta ondorioak ateratzea eguneroko bizitzako egoerei eta gizartearen interesa pizten dutenei buruz, zenbaki errealak eta zenbaki errealeko eragiketak erabiliz. (4 adierazle)	*1.– Gizarte-arloko informazioa antolatzea eta egituratzea eta, horretarako, matrize-hizkuntza erabiltzea eta informazioa tratatzeko eta ondorioak ateratzeko eragiketak egitea. (4 adierazle)*
2.– Eguneroko bizitzako problemak eta egoerak ebaztea eta, horretarako, adierazpen aljebraikoen bidezko ereduak egitea, eta emaitzak testuinguruaren arabera interpretatzea. (3 adierazle)	*2.– Bizitzako egoerak eta sozioekonomiaren esparruko problemak ebaztea eta, horretarako, matrizeak eta ekuazio-sistemak erabiltzea; eta egoerak eta problemak emaitzen testuinguruan interpretatzea. (3 adierazle)*
3.– Finantzetako matematikaren esparruko problemak ebaztea, interesak kalkulatuz eta parametro ekonomiko eta sozial jakin batzuk (UTB, BEZa, etab) interpretatuz, baliabide teknologikorik egokienen bitartez. (5 adierazle)	*3.– Bizitzako eta ekonomia-arloko egoera soilei buruzko optimizazio-problemak ebaztea eta, horretarako, programazio-eredu lineal bidimentsionala erabiltzea. (3 adierazle)*
4.– Gizarte- eta ekonomia-arloko gertakariak interpretatzea eta analizatzea eta haiei buruzko ondorioak ateratzea eta, horretarako, ereduak egitea funtzio-familiarik ohikoenen bidez. (4 adierazle)	*4.– Oinarrizko funtzioen bidezko ereduak eginez, gizarte-zientzien esparruko ohiko gertakariak interpretatzea eta analizatzea eta haiei buruzko ondorioak ateratzea, propietaterik bereizgarrienen azterketa kualitatiboan eta kuantitatiboan oinarrituta. (3 adierazle)*
5.– Oinarrizko funtzioen (funtzio polinomiko eta arrazional bakunen eta funtzio esponentzialen eta logaritmikoen) funtsezko propietateak (hazkundea, beherapena, jarraitutasuna, infiniturako joera…) zein diren jakitea eta adieraztea eta haien ezaugarri grafikoak adierazpen aljebraikoarekin erlazionatzea. (4 adierazle)	*5.– Gizarte-arloko hainbat gertakariren aldaketak analizatzea eta, horretarako, deribatuaren kontzeptua erabiltzea eta hura aplikatzea funtzio baten portaera lokala eta globala aztertzeko. (6 adierazle)*
6.– Gizarte-arloko gertakarien inguruko egoera enpirikoei buruzko funtzioak datu-tauletara eta grafikoetara egokitzea eta zenbakizko metodoak (hala nola interpolazioa eta estrapolazioa) erabiltzea balio ezezagunak kalkulatzeko. (5 adierazle)	*6.– Ekonomia- eta gizarte-arloko egoera errealei buruzko optimizazio-problemak ebaztea eta, horretarako, teknika matematiko eta tresna teknologiko egokiak erabiltzea. (4 adierazle)*
7.– Aldagai dimentsiobakarren estatistika-taulak eta -grafikoak egitea eta interpretatzea eta parametrorik ohikoenak kalkulatzea, bitartekorik egokienak (arkatza eta papera, kalkulagailua edo ordenagailua, kalkulu-orria) erabiliz. (3 adierazle)	*7.– Banaketa binomialaren edo normalaren bidezko eredua egin daitekeen egoeretan, ondorioak ateratzea eta erabakiak hartzea, eta emaitzak interpretatzea. (4 adierazle)*
8.– Batetik, adierazpen grafikoa eta, bestetik, korrelazio-koefizientea eta erregresio-zuzena erabiliz, gizarte-arloko gertakarien banaketa bidimentsionalari dagozkion aldagaien arteko erlazioa interpretatzea eta hari buruzko ondorioak ateratzea. (6 adierazle)	*8.– Nahi adinako ziurtasunez, ondorioak ateratzea eta erabakiak hartzea gizarte-arloko gertakari jakin batzuei buruz, eta, horretarako, estatistika-azterketen plangintza egitea eta azterketak egin egitea: konfiantza-tarteak, hipotesi-testa. (5 adierazle)*
9.– Ausazko gertaera bakunen eta konposatuen (mendekoen eta askeen) probabilitateak zehaztea eta, horretarako, zenbaketa-teknikak, zuhaitz-diagramak eta kontingentzia-taulak erabiltzea. (5 adierazle)	*9.– Hedabideetako eta beste alor batzuetako estatistika-txostenak kritikoki analizatzea eta, datuen aurkezpenean eta ondorioetan akatsik eta manipulaziorik badago, horiek antzematea. (3 adierazle)*
10.– Eguneroko bizitzako problemei eta ikerlan txikiei heltzea eta, horretarako, informazioa antolatzea eta kodetzea, hipotesiak egitea, estrategiak hautatzea eta matematikaren berezko baliabideak eta arrazoibideak erabiltzea. (7 adierazle)	*10.– Bizitza errealean matematika beharrezkoa dela onartzea; eta eguneroko bizitzako problemei eta ikerlan txikiei heltzea, eta, horretarako, informazioa antolatzea eta kodetzea, hipotesiak egitea, estrategiak hautatzea eta*

	matematikaren berezko baliabideak eta arrazoibideak erabiltzea. (7 adierazle)
11.– Matematika-jarduerarekin lotutako jokabideak sistematikoki balioestea eta aplikatzea: besteak beste, jakin-mina, saiatua izatea, nork bere ahalmenetan konfiantza izatea, ordena eta berrikuspen sistematikoa; talde-lanean parte hartzea, besteren iritziak errespetatuz eta ikaskuntza-iturritzat hartuz; eta helburu komuna lortzeko lan egitea. (4 adierazle)	*11.– Matematika-jarduerarekin lotutako jokabideak sistematikoki balioestea eta aplikatzea: besteak beste, jakin-mina, saiatua izatea, nork bere ahalmenetan konfiantza izatea, ordena eta berrikuspen sistematikoa; eta talde-lanean parte hartzea, besteren iritziak errespetatuz eta ikaskuntza-iturritzat hartuz, eta helburu komuna lortzeko lan egitea. (4 adierazle)*
50 adierazle	*46 adierazle*

Matematika I

Ebaluaziorako irizpideak eta adierazleak

1.– Informazioa aurkeztea eta trukatzea, analisiak egitea eta ondorioak ateratzea eguneroko bizitzako egoerei eta gizartearen eta zientziaren interesa pizten dutenei buruz, zenbaki errealak eta konplexuak eta haiekiko eragiketak erabiliz.

1.1.– Ea informazio kuantitatiboa zuzen adierazten duen eta notazio zientifikoa erabiltzen duen beharrezkoa denean, informazioa zehazki komunikatzeko.

1.2.– Buruz, paperean arkatzez egindako algoritmoen bidez edo kalkulagailuz, zenbaki errealekiko kalkuluak direla eta, ea zuzen egiten dituen (tartean, berreketak eta logaritmoak) eta ebazten duen emaitzak zentzuzkoak diren ala ez.

1.3.– Ea estimazio zuzenak egiten dituen eta zentzuzko irizpideak erabiltzen, testuinguruaren arabera, egindako errorea mugatzeko.

1.4.– Ea ondorio arrazoituak ateratzen dituen, zenbakizko emaitzetan eta argudio sendoetan oinarritutakoak, aztertutako gertakariei buruz.

1.5.– Ea ebazten dituen zenbakizko segidei eta progresioei buruzko problemak.

1.6.– Ea zenbaki konplexuak egokiro adierazten dituen plano konplexuan.

1.7.– Ea zenbaki konplexuei buruzko ezagutzak aplikatzen dituen interes zientifikoko egoerak ebazteko.

2.– Problemak eta egoerak ebaztea eta, horretarako, adierazpen aljebraikoen bidezko ereduak egitea, eta emaitzak testuinguruaren arabera interpretatzea.

2.1.– Ea eguneroko bizitzako edo errealitate zientifikoko edo sozialeko egoerak hizkuntza aljebraikoaren bidez transkribatzen dituen eta erabakiak argudiatzen.

2.2.– Ea zenbaki-multzo bateko erregulartasunak aurkitzen dituen eta hautemandako erregulartasuna ahoz edo aljebraikoki adierazten.

2.3.– Ea egiten dituen dagozkion eragiketa aljebraikoak.

2.4.– Ea kalkulatzen dituen polinomio baten erroak eta, horretarako, ea dagozkion metodoak aplikatzen dituen.

2.5.– Ea ebazten dituen ekuazioak eta ekuazio-sistema linealak, paperean arkatzez edo software informatikoa erabiliz.

2.6.– Testuinguruaren arabera.

3.– Hainbat egoera eskema geometrikoen bidez itzultzea eta ebaztea eta, horretarako, hainbat teknika trigonometriko erabiltzea, eta emaitzak interpretatzea.

3.1.– Ea erabiltzen dituen oinarrizko trigonometria-ezagutzak, triangelu angeluzuzenei buruzko problemak ebazteko.

3.2.– Ea aplikatzen dituen sinuaren eta kosinuaren teorema, edozein triangelu motari buruzko problemak ebazteko.

3.3.– Ea arrazoi trigonometrikoak elkarrekin erlazionatzen dituen eta, horretarako, ea oinarrizko erlazioak erabiltzen dituen.

3.4.– Ea neurri-problemak eredu geometriko bakunen bidez eskematizatzen dituen.

3.5.– Ea neurri-problemak ebazten dituen eta, horretarako, ea oinarrizko trigonometria-kontzeptuak eta -erlazioak erabiltzen dituen.

3.6.– Ea interpretatzen eta balioesten dituen zeharkako neurriei buruzko problemen emaitzak.

3.7.– Ea erabiltzen dituen kalkulagailua eta ordenagailua, kalkulu trigonometrikoak egiteko.

4.– Planoko geometria analitikoaren berezko edukien bidez azter daitezkeen problemak eta egoerak ebaztea eta, horretarako, baliabiderik egokienak erabiltzea, eta emaitzak interpretatzea eta balioestea.

4.1.– Ea adierazten dituen bektoreak planoan eta ea interpretatzen dituen modulu, norabide eta noranzko kontzeptuak.

4.2.– Ea erabiltzen duen bektoreei buruzko ezagutza planoko problema geometrikoak aztertzeko.

4.3.– Ea zehazten duen maldak eta puntu batek definitutako zuzen baten ekuazioa.

4.4.– Ea aztertzen dituen zuzenen arteko posizio erlatiboak eta ondorio zuzenak ateratzen dituen.

4.5.– Ea ebazten dituen puntuen eta zuzenen arteko distantziei buruzko problemak.

4.6.– Ea bereizten dituen koniken ekuazioak eta dagozkien irudiekin lotzen dituen.

4.7.– Ea artez erabiltzen dituen kalkulagailu grafikoa eta ordenagailua, koniken eta zuzenen ekuazioak marrazteko eta analizatzeko.

4.8.– Ea erabiltzen dituen geometria analitikoari buruzko ezagutzak askotariko problema motak ebazteko

5.– Gizarte- eta zientzia-arloko gertakariak interpretatzea eta analizatzea eta haiei buruzko ondorioak ateratzea eta, horretarako, ereduak egitea funtzio-familiarik ohikoenen bidez.

5.1.– Ea adierazten dituen erlazio funtzionalak taula eta grafiko bidez eta adierazpen aljebraikoen bidez.

5.2.– Ea lotzen dituen funtzio aljebraiko bakunen eta funtzio polinomikoen, trigonometrikoen, esponentzialen eta logaritmikoen grafikoen ezaugarri orokorrak haien adierazpen aljebraikoekin.

5.3.– Ea zuzen azaltzen duen zer aukeratu duen eta ea zuzen argudiatzen duen aukeraketa hori, hizkuntza egokia erabiliz.

5.4.– Aukeratutako funtzio-eredutik abiatuta, ea ateratzen duen ondorio arrazoiturik aztertutako gertakariari buruz.

5.5.– Ea artez erabiltzen dituen kalkulagailu grafikoa edo ordenagailua, hainbat funtzio mota marrazteko eta analizatzeko, eta ea ondorio zuzenak ateratzen dituen.

6.– Oinarrizko funtzioen (funtzio polinomiko eta arrazional bakunen eta funtzio trigonometrikoen, esponentzialen eta logaritmikoen) funtsezko propietateak (hazkundea, beherapena, jarraitutasuna, infiniturako joera…) ezagutzea eta adieraztea eta haien ezaugarri grafikoak adierazpen aljebraikoarekin erlazionatzea.

6.1.– Ea estimatzen duen eskalak eta unitateak egokiro aukeratzearen garrantzia.

6.2.– Ea erabiltzen duen software matematikoa funtzioen adierazpen grafikoak egiteko, eta ea analizatzen duen parametro batzuk aldatzeak grafikoaren forman zer eragin duen.

6.3.– Grafiko baten elementu nagusiak analizatuta, ea antzematen dituen grafiko horren ezaugarri orokorrak eta ea lotzen duen grafikoa dagokion adierazpen aljebraikoarekin.

6.4.– Ea dakien deribatu kontzeptua zer den eta aplikatzen duen grafikoaren aldakuntza deskribatzeko.

7.– Estatistika-taula eta –grafiko bidimentsionalak egitea eta interpretatzea, bitartekorik egokienak (arkatza eta papera, kalkulagailua edo ordenagailua, kalkulu-orria) erabiliz; parametro nagusiak kalkulatzea; eta ondorio zuzenak ateratzea.

7.1.– Ea egiten duen gertakari bidimentsional baten puntu-hodeia.

7.2.– Ea bereizten duen aldagaien arteko erlazioa funtzionala ala ausazkoa den eta ea interpretatzen duen erlazio-maila.

7.3.– Ea baliabide informatikoak erabiltzen dituen datuak adierazteko eta kalkuluak egiteko.

7.4.– Ea kalkulatzen eta interpretatzen dituen korrelazio-koefizientea eta erregresio-zuzena, testuinguruaren arabera.

7.5.– Ea ondorio arrazoiturik ateratzen duen bi aldagairen arteko erlazio-mailari buruz.

7.6.– Erregresio-zuzenean oinarrituta, ea interpolatzen eta estrapolatzen duen baliorik eta haien baliozkotasuna justifikatzen duen.

8.– Ausazko gertaera bakunen eta konposatuen (mendekoen eta askeen) probabilitateak zehaztea eta, horretarako, zenbaketa-teknikak, zuhaitz-diagramak eta kontingentzia-taulak erabiltzea.

8.1.– Ea erabiltzen dituen zenbaketa-teknikak (zuhaitz-diagramak, oinarrizko konbinatoria).

8.2.– Ea zehazten duen gertaerek zer probabilitate duten, Laplaceren legearen eta zenbaki handien legearen bitartez.

8.3.– Eguneroko bizitzako eta gizarte-zientzien esparruko egoeretan, ea aplikatzen duen probabilitate baldintzatuaren kontzeptua.

8.4.– Ea erabiltzen duen kontingentzia-taula eta zuhaitz-diagramarik probabilitateak a posteriori kalkulatzeko eta ea emaitzak egokiro interpretatzen dituen.

8.5.– Ea zuzen arrazoitzen eta argudiatzen duen egoera problematikoak ikusteko eta planteatzeko modua eta emaitzen interpretazioa.

9.– Probabilitate-banaketa batekin bat datozen egoerak ebaztea eta, horretarako, banaketa binomialari eta normalari dagozkien teknikak erabiltzea.

9.1.– Ea konbinazio-teknikarik erabiltzen duen kasuak zenbatzeko.

9.2.– Ea banaketa binomial edo normal batekin lotzen dituen planteatutako egoerak.

9.3.– Ea banaketa binomial edo normal baten bidez zehazten duen gertaera baten probabilitatea.

9.4.– Bildutako informazioan oinarrituta, ea ondorio arrazoiturik ateratzen duen eta ea arrazoitzen dituen hartutako erabakiak.

9.5.– Ea emaitzak kritikoki interpretatzen eta analizatzen dituen.

10.– Eguneroko bizitzako problemei eta ikerlan txikiei heltzea eta, horretarako, informazioa antolatzea eta kodetzea, hipotesiak egitea, estrategiak hautatzea eta matematikaren berezko baliabideak eta arrazoibideak erabiltzea.

10.1.– Ea oinarrizko aldagaiak hautatzen dituen eta, dena delako gertakaria aztertzeko, ea baztertzen dituen garrantzi gabeko aldagaiak.

10.2.– Ea informazioa egokiro antolatzen eta kodetzen duen.

10.3.– Ea hipotesiak onartzen dituen eta onartzeko moduko aieruak egiten dituen.

10.4.– Ea estrategia heuristiko egokiak erabiltzen dituen.

10.5.– Ea dakien indukzioz arrazoitzen, eta dedukzioz.

10.6.– Ea tresna matematiko egokiak erabiltzen dituen (tartean, kalkulagailua eta ordenagailua).

10.7.– Ea dakien lortutako emaitzak testuinguruan kokatzen eta berrikusten.

11.– Matematika-jarduerarekin lotutako jokabideak sistematikoki balioestea eta aplikatzea: besteak beste, jakinmina, saiatua izatea, nork bere ahalmenetan konfiantza izatea, ordena eta berrikuspen sistematikoa; talde-lanean parte hartzea, besteren iritziak errespetatuz eta ikaskuntza-iturritzat hartuz; eta helburu komuna lortzeko lan egitea.

11.1.– Ea dakien matematika-eragiketak eta -prozedurak menderatzea garrantzitsua dela, eguneroko bizitzako eta eskolako problemak ebazten laguntzen baitu.

11.2.– Ea lan egiteko interesik baduen eta saiatua den.

11.3.– Ea emaitzak ordenatuta, argi eta txukun aurkezten dituen.

11.4.– Ea prozesuak eta emaitzak norberaren mailari dagokion zehaztasunez justifikatzen eta azaltzen dituen.

3.3. Ebaluaziorako orientabideak

Ebaluazioa ez da une jakin bateko jardueratzat hartzen, baizik eta ikaskuntza- eta irakaskuntza-prozesuak aztertzen dituen prozesutzat.

- *Noiz ebaluatu*?

- Hasierako ebaluazio erregulatzailea

Erregulatze-prozesua ikasleek kontzeptu edo ideia matematiko batetiko zein puntutan dauden jakitearekin hasten da. Ikasleei honako baieztapen hauek plantea dakizkieke kontzeptu horri buruz:

- Ez dut inoiz entzun horri buruz hitz egiten.
- Entzun dut horri buruz hitz egiten, baina ez daukat ideiarik.
- Badakit zertaz doan, baina ez daukat ideia handirik.
- Gauza batzuk badakizkit, baina beste batzuk ez.
- Kontzeptua ondo dakit.
- Kontzeptua ondo azaldu diezaioket ikaskide bati.
- Kontzeptua ondo azaldu diezaioket irakasleari.

- Prozesu bidezko ebaluazioa eta ebaluazio sumatzailea.

- *Zertarako ebaluatu*?

Ezagutza jakin batzuk eskuratu direla egiaztatzeko (ebaluazio sumatiboa). Ikasleen ikaskuntza-prozesuaren zailtasunak eta aurrerapenak hautemateko eta prozesua ikasleen beharrizan errealetara egokitzeko (ebaluazio hezitzailea).

- *Zer ebaluatu*?

Ikaskuntzaren itxaropenak —ikasgela bakoitzeko zein ikasgai bakoitzeko— eduki batzuekin lotutako helburu espezifikoen bidez adierazten dira. Epe laburreko itxaropen horien bidez (helburu espezifikoak), epe ertaineko eta luzeko itxaropenak (gaitasunak) erdiesten dira.

Unitate didaktiko bakoitzean, helburu espezifikoen eta matematikako gaitasunen arteko erlazioa ezarri behar da; erlazio hori atazen bidez zehazten eta adierazten da. Gaitasunak ebaluatzeak arazo-egoerak ebazteko prozesuak ebaluatzea dakar.

- *Nork ebaluatu?*

Irakasleak, baina ez ahaztu ikasleen ebaluazioa eta koebaluazioa.

- *Nola ebaluatu?*

Hainbat tresnaren bidez. Ebaluazio-tresnak bai irakasleak bai ikasleek ikaste-prozesuari buruzko datuak jasotzeko erabiltzen dituzten baliabideak dira. Tresna bat edo bestea aukeratzea helburuen araberakoa da.

Ebaluazio-tresnak	
Prozesua ebaluatzeko	Ikaskuntza ebaluatzeko
Kontratu didaktikoak	Ebaluazio-galdetegiak edo -testak
Koebaluazio-galdetegiak	Ikasleen ekoizpenak (lanak, kontzeptu-

	mapak)
Autoebaluazio-galdetegiak	Ahozko eta idatzizko probak
Orientazio-oinarriak	Ikastaldearen behaketa
Ikastaldearen behaketa	Behaketa-orriak
	Dokumentu-karpeta

Adibidez, orientazio-oinarriak taldeka egindako txantiloiak dira (koebaluazio-txantiloia irakaslearen ebaluazio-txantiloia edo lortutako ikaskuntzari buruzko autoebaluazio txantiloia izan daitezke).
Kanpoko ebaluazioak baliatzea (selektibitatea).

Jarduerak

1. Sailkatu Matematika I ikasgaiaren ebaluazio-irizpideak eta -adierazleak, edukien araberaeta matematikako gaitasunaren dimentsioen arabera.
2. Bilatu Matematika II eta Gizarte Zientziei Aplikatutako Matematika I eta II ikasgaien ebaluazio-irizpideak eta adierazleak, eta egin antzeko azterketa bat egitea.
3. Bilatu EHUko azken bost urteetako Matematikako sarbide-frogak. Alderatu. Errepikatzen al dira proposatzen diren ikasketa motak? Aldatzen al dira Ikasturte batetik bestera? Zer ondorio atera ditzakezu?

4. gaia. BATXILERGOKO MATEMATIKAREN IRAKASKUNTZARAKO BALIABIDEAK: MATERIALAK, JOLASAK, SOFTWAREA ETA INTERNETEKO BALIABIDEAK

4.1. Matematikaren irakaskuntzarako baliabide didaktikoak

4.2. Matematikaren irakaskuntza eta IKTak

4.3. Matematikaren irakaskuntzarako heziketa-softwarea

4.4. Matematikaren irakaskuntzarako Internet-baliabideak

4.1. Matematikaren irakaskuntzarako baliabide didaktikoak

Matematikako eskolan baliabideak erabiltzea ez da irakaslearen kontzesio bat, baizik eta ikasleek duten eskubide bat, gure esku dauden heziketa-teknologia guztiak barneratuak dituen heziketa eta irakaskuntza jasotzeko.

Irakasleak irakasteko erabiltzen duen edozein materiali baliabidea deritzo, material hori kontzeptu edo prozedura zehatz bat ikasteko berariaz prestaturik egon ez arren,.

Material didaktikoak —hasiera batean, behinik behin— helburu hezitzaileekin diseinatzen dira, eta horixe da baliabideekin duten desberdintasuna. Adibideak: unitate didaktiko batean prestaturiko lan-orriak, abakoak, geoplanoak, dadoak, kolorezko fitxak eta sokak.

Material didaktikoak eta baliabideak erabiltzeko, baldintza batzuk bete behar dira:

- Libre egotea erabiltzea erabakitzen den unean.
- Ikasle guztientzako behar adina ale edukitzea.
- Nolabaiteko praktika izatea baliabideekin, matematikako lanari ekin aurretik.
- Denbora egoki antolatzea: proposaturiko atazek ondo definituta egon behar dute, ikasleen lanetan sakabanatzea ekiditeko.
- Zehaztu behar da ea zer ikasgai landuko diren ikasgelan material didaktikoak baliatuz.

Honako baliabide hauek ditugu eskura: testuliburuak, gaurkotasuna, manipulatzeko materialak, erakusketak, ikus-entzunezko materialak, dibulgazio-liburuak, Internet, informatikako programak, ingurumena, jolasak eta jolaserako matematika, eta historia.

- Testuliburuak.

Baliabiderik ohikoena izan dira eskolako matematikan. Testulibururik txarrena ere hobea da apunterik hoberenak baino. Testuliburuetan izan ohi diren atalak: eguneroko bizitzarekiko loturak, jolaserako matematika, ikerketa txikiak, problema irekiak… Aukera bat eskaintzen dute, baina, aldi berean, zailtasun bat, irakurketa ulerkorra lantzeko.

- Gaurkotasuna.

Lagungarri izan daiteke irakaskuntzaren lerro nagusietarako gida gisa. Gizartean matematikako zer atal diren garrantzitsuenak esaten digute; adibidez, estatistika garrantzitsuagoa da kalkulu infinitesimala baino. Matematikako atalen garrantzi erlatiboa ere erakusten dute; esate baterako, zatikiak / zenbaki hamartarrak / portzentajeak irudikapenetan, portzentajeak dira garrantzitsuenak. Horregatik guztiagatik, balio beharko lukete ikasgelan alderdi hauek sartzeko: kopuru handiak, kopuru hurbilduak, datu guztiak ezagutu gabeko egoerak, errealitatera hurbiltzeko ereduak eta sailkapenak.

- Manipulatzeko materialak.

Atal honetan, Google Liburuak-en irakurgai dagoen liburu hau gomendatzen da: *Juegos y materiales manipulativos como dinamizadores de la enseñanza de las matemáticas*.

- Erakusketak.

Eskola-erakusketak, erakusketa ibiltariak, erakusketa iraunkorrak (MATHSLAB, sormen- eta matematika-tailerra), erakusketa birtualak (Divulgamat).

- Ikus-entzunezko materiala.

Matematikako edukia duten filmak edo sailak: *Donald matematikaren lurraldean*, *10eko berreketak*, *Más por menos* eta *Universo matemático* (Antonio Pérez), *BBC MI 10*, *Artea* eta matematikari buruzko filmak (M. Emmer)

Eduki matematikoa duten film komertzialak: *Moebius* (G. Mosquera), *Cube* (V. Natali), *La habitación de Fermat* (L. Piedrahita eta R. Sopeña), *Población*.

Matematikarien film biografikoak: *Una mente maravillosa* (R. Howard), J. Nash-i buruzko; *Ágora* (A. Amenabar), Hiapatiari buruzkoa; *Galileo Galilei* (L. Cabían), Galileori buruzkoa; *La colina en la cara oculta de la luna* (L. Hgulstrom) Sofía Kovalevskari buruzko; *Evariste* (A. Astruc), Galoisi buruzkoa.

- Dibulgaziozko liburuak.

Irakurri Divulgamat-en dauden 281 liburuak erreferentziatzat harturik egin den artikulu hau: L. Figueiras eta J. Deulofeu, “Libros para disfrutar la matemática” (2008).

- Softwarea.

Gehien gustatzen zaizkigunak eta hobekien ezagutzen ditugunak aukeratu behar dira. Atal honetan sartzen ditugu kalkulatzaileak ere.

- Ingurumena.

Etxeko matematika, kontsumitzailearen matematika, ibilbide matematikoak, giza gorputzaren matematika, artea eta matematika, eta publizitatea eta matematika.

- Jolasak (Corbalan).

Corbalanen liburuan aurkitu daitezke Batxilergoko matematikan erabiltzen diren zenbait jolas, hala nola aritmetikarako eta aljebrarako kalkulatzaileak eta jolas aljebraikoak, geometriarako jolasak planoan eta espazioan, estatistikarako eta probabilitaterako jolasak

- Historia.

Matematikaren historiari buruzko komikiak edo matematikaren historiaren aroak margoturik, matematikarien biografiak (Divulgamat) eta Nivola argitaletxearen saila.

Jarduerak

1. Aukeratu curriculumeko gai bat, eta osatu gai horretan erabil daitezkeen materialen zerrenda.
2. Egin manipulatzeko materialen zerrenda bat. Horietatik zein ikusi dituzu praktikak egin dituzun ikastetxean?

Ezagutzen al duzu matematikako argazkiei buruzko artikulu, liburu edo erakusketaren bat?

3. Bilatu Batxilergorako erabilgarri izan daitekeen jolas bat.
4. Bilatu ikasgelarako erabilgarri izan daitekeen berri bat egunkari batean. Zer kontzepturako erabiliko eta aurkeztuko zenuke? Eta nola?

4.2. Matematikaren irakaskuntza eta IKTak

Gaitasun digitala

Ezagutzaren gizartearen kontzeptua hezkuntza-esparrua baino haratago doa; kontzeptua orokortua dago, eta “sare-gizartea” edo “informazioaren gizartea” izenez ere ezagutzen da.

Informazioaren eta ezagutzaren gizartea gizartearen beraren eta herrritarren elementu guzti-guztiak ukitzen ari da —batik bat, gazteenak—, giza eta lan-jarduera guztietan, lanean eta komunikazioan, eta aisian eta elkarren arteko harremanetan.

Ezagutzaren gizarteak honako aldaketa hauek ekarri ditu hezkuntza-sistemara:

- Irakasle-lanbidearen rola eta praktika eraldatzea. Irakaslea aholkulari eta ikas-irakaskuntza prozesuaren bitartekari bihurtu da.
- Ikaslea jada ez da ezagutzen erreproduzitzailea; aitzitik, informazioaren erabiltzaile adimentsu eta kritiko bihurtu da.
- Eskolan, ikaskuntzako ingurune birtualak sortu behar dira, banakako eta elkarren arteko ikaskuntza errazteko.

Teknologia digitalei buruzko zenbait datu:

- Google Espainia: 100 milioi bisita egunean.
- Wikipedia: 13 milioi artikulu, 680 milioi bisita, 120 hizkuntzatara itzulia.
- Blogak: 200 miloi inguru.
- You Tube: 100 milioi bideo baino gehiago ikusten dira egunean; sortu zenetik, 100.000 bideo ikusten dira urtean.
- 2010 urtearen bukaeran, giza sareek 1.000 miloi erabiltzaile baino gehiago zituzten mundu osoan.

IKTak matematikaren irakaskuntzan

Matematikaren antzinatasuna 4.000-5.000 urtekoa da, baina eskoletan irakasten den curriculum praktikoa denboran zehar egonkor mantendu da gutxi gorabehera. Ezaguna da esaera hau: “eskolatik bost gauza jakinda irteten da: lau erregela eta hiruko erregela”. Benetako curriculuma —irakasten dena— nahiko egonkortuta dago: aritmetika askotxo, kalkulua, aljebra eta analisi nahikoa, geometria gutxi, eta estatistika eta probabilitatea ia deus ez.

NCTMren iritziz (National Council of Teachers of Mathematics), matematikaren alderdi oinarrizkoenak landu behar lirateke eskolan:

- Problemak ebaztea.

- Egoerak kuantifikatzea eta zenbakien gainean hausnarketa egitea.
- Baliabideak erabiliz eragiketak egitea nolabaiteko erraztasunarekin.
- Neurriaren gaian gaitasuna izatea.
- Testuinguru jakin batzuetan emandako problema geometrikoak ebaztea.
- Arrazoibide proportzionalak ematea.
- Elkarrekin komunikatzeko sinboloak lantzea.
- Taulak eta grafikoak egitea. Funtzioen hizkuntza ulertzea.
- Ziurgabetasuna lantzea.
- Aljebrako hizkuntza ulertzea.
- IKTak lantzea.

Arthur Benjamin matematikari estatubatuarrak matematikaren atalen garrantziari buruz egiten du berba bideo batean. Haren arabera, probabilitatea eta estatistika dira atalik garrantzitsuenak.

http://www.ted.com/talks/arthur_benjamin_s_formula_for_changing_math_education.html
(ingelesez)
http://www.youtube.com/watch?v=9O6dYmqthF0 (gaztelaniaz)

Matematika hedatzeko eta erabiltzeko erak eta tresnak etengabe garatzen ari dira, baita haien gaineko ezagutza ere. Matematika eguneroko bizitzarako eta lanerako erabiltzeko eta ulertzeko ahalmenak gero eta ate gehiago zabaltzea eragiten dute gure gizartearen eskakizunek.

Informatika eta matematika elkarren artean erlazionaturik daude, informatika sortu zenetik beretik. Informatikak ebazpideak ekarri dizkio matematikari, bai eta alderantziz ere. IKTek zalantzarik gabeko eragina dute eskolan, eta atzera gabeko erronka bat ekarri dute matematikaren irakaskuntzan.

Horri buruz dihardu Antonio Pérez-en (ITEko zuzendari ohia eta matematikako ikus-entzunezkoen egile) bideo bat, Sestaoko Berritzegunean emandako “Matematika eta IKTak” hitzaldia jasotzen duena. Hemen dago ikusgai:

http://platea.pntic.mec.es/aperez4/matetic/matetic.html

Irakasle horren arabera, “IKTek zientzia esperimental bihurtzen dute matematika”.

4.3. Matematikaren irakaskuntzarako heziketa-softwarea

Logoa

Goi-mailako programazio-hizkuntza da; neurri batean, funtzionala da, baina, beste batean, egituratua. Erraz ikasten da, eta horregatik aukeratzen da umeekin eta gazteekin lan egiteko. Bobrow-ek, Feurzeig-ek eta Papert-ek diseinatu zuten, helburu didaktikoekin, Lisp hizkuntzaren ezaugarrietan oinarrituz. 60ko hamarkadaren hasieran, Piaget-ekin izandako esperientzia abiapuntutzat hartu zuen Papertek. Haren helburua umeei Logo programen bidez askatzen diren adimen-erronkak aurkeztean datza. Errakuntzak berraztertzeko esku-prozesuak umeei laguntzen die trebetasun metakognitiboak garatzen autozuzenketaren prozesuak praktikan jartzean. Ezagun da dortoka-grafikoak, zerrendak, fitxategiak eta errekurtsibitatea erabiltzeagatik.

Dortoka alegiazko dortoka bat da, eta aginduak eman dakizkioke, irudiak egin ditzan. Zenbait bertsiotan, dortoka triangelu bat izaten da; beste batzuetan, goitik begiratutako dortoka baten itxura du. Agindu mota hauek izaten dira: aurrera 100, biratu eskuineara 90, biratu ezkerrera 30.

Logon, , bloke bat balitz bezala erabiliko den programa bakun bihurtzen da aginduen sekuentzia bat. Berrerabiltze-ezaugarri modular horri esker, Logo oso malgua, errekurtsiboa eta moduluka lan egiteko gai da.

Badira Logoren bertsio bat baino gehiago; adibidez, Mswlogo, Logoren bertsio askea , eta “WinLogo” programa komertziala (1993an sortua).

Agindurik errazenak marraztearekin daude erlazionatuta. Haietako batzuk taula honetan agertzen dira:

Sintaxia	Laburdura	Adibidea	Azalpena

aurrera *zkia*	**av** *num*	av 20	Dortokak 20 urrats egiten ditu aurrera, bere buruaren noranzkoan, eta luzera horretako lerro bat irudikatzen du.
atzera *zkia*	**re** *num*	re 35	Dortokak 35 urrats egiten ditu atzera, bere buztanaren noranzkoan, eta luzera horretako lerro bat irudikatzen du.
Biraeskumara *gra*	**gd** *gra*	gd 72	Bere posizioa 72º biratzen du eskuinetara.
biraezkerrera *gra*	**gi** *gra*	gi 23	Bere posizioa 23º biratzen du ezkerretara.
Igoarkatza	**sl**	sl	Arkatzaren punta altxatzen du, dortokak marraztu ez dezan.
Jaitsiarkatza	**bl**	bl	Arkatzaren punta jaisten du, dortokak marraztu dezan.
jarrilodiera zkia	**pong** *num*	pong 4	Arkatzaren lodieraren balioa 1etik 10rakoa da.
Jarri arkatzkolorea zkia	**poncl** *num*	poncl 7	Arkatzaren kolorea 0tik 256rakoa da.
Ezabapantaila	**bp**	bp	Grafikoen pantaila ezabatzen du, eta dortoka jatorri-puntuan jartzen du, 0ranzko noranzkoan.
jarrinorabidea *gra*	-	ponrumbo 45	Dortoka 45º-ren noranzkorantz jartzen du, bertikaletik eta eskuinetara zenbatzen hasita.
ezabagoma	-	goma	Dortokak ezabagoma-lana egiten du, eta ez, ordea, arkatz-lana.
izkutadortoka	**ot**	ot	Dortoka ikusezin bihurtzen du.
erakusdortoka	**mt**	mt	Dortoka ikusgai bihurtzen du.
bete	-	rellena	Dortoka irudi itxi baten barruan badago, irudia dortokaren kolorearekin beteko da.

Jatorrizko agindu horiekin, grafikoen leihoan edozein marrazki egin daiteke. Adibidea: CUADRADO programak 40ko aldea duen karratu bat marrazten du, irudian agertzen dena bezalakoa.

Geometria dinamikoa

Geometrian, aurrerapen garrantzitsuak egin dira. Geometria dinamikoaren izenburupean, geometriaren ikas-irakaskuntzako programa batzuk sartzen dira, ahalmen handikoak. Oso modu errazean, objektu geometrikoak eraiki, mugitu eta biratu daitezke, objektu horien ezaugarriak —hala nola simetria eta proportzioak— aztertu ahal izateko. Objektu matematikoak ikusi eta manipulatu daitezke; esate baterako, geometria klasikoan ohikoak diren zenbait zailtasun, hala nola trinkotasuna edo eraikitzeko zailtasuna. Gainera, problema bere orokortasunean ikusi ahal izateko gabezia eta abar saihesten dira. Animazio-tresnak, bestalde, ahalbidetzen du eraikuntza bateko elementu asko mugimenduan jartzeabatera; horri esker, irudiaren propietateak araka daitezke arreta irudiaren elementu aldakorretan jartzean, eta horrek zera dakar: matematikako kontzeptuen garapena erraztea, bistaratzea erraztea, esperimentatzea, propietateak kontsultatzea, erregulartasunak deskubritzea, eta abar. Programa mota horiei esker, ikaslea miatzetik ulertzera igarotzen da.

Geometria dinamikoko programen elementu komun batzuk ditugu honako hauek:

- Geometriako oinarrizko elementuak nahasiz planoko edo espazioko irudi geometrikoak eraikitzea: puntuak, zuzenak, zuzenkiak, zirkunferentziak, planoak, solidoak, transformazioak…
- Geometria eta aljebra lotzea, eta luzerak, angeluak, azalerak eta bolumenak neurtzea. Zenbaki eta datu horiek zuzenean atzitu daitezke, irudian bertan, geroxeago kalkuluetan edo adierazpen aljebraikoetan erabiltzeko.
- Irudi baten propietateak miatzea eta, horrenbestez, irudiaren elementu aldakorretan eragitea. Itxuraldatze-, txikiagotze eta handiagotze dinamikoen eraginak behatuz, irudiaren propietateei buruzko aieruak ezar daitezke, zeinak irudiaren manipulazioaren bidez egiaztatuko diren.
- Nozio berriak sartzea eta asimilatzea errazten dute; teoremen demostrazioen hastapenak errazten dituzte, eta egoera errealen gaineko ereduak egiten laguntzen dute.
- Eraikuntzak web-orrietan jar daitezke.

Cabri

80ko urteen hasieran, Frantziako Grenobleko Leibniz Laborategiko EIAH taldeak Cabri-Graph sortu zuen, grafikoen teoria lantzea helburu. Urte batzuk geroago, denbora errealean irudi geometrikoak manipulatzen, eraldatzen eta sortzen lagunduko zuen pakete bat egitea pentsatu zuten. Ondorioz, Cabri-Géomètre garatu zuen Jean-Marie Labordek, Frank Bellemainen laguntzaz. Ondoren, programa hori zenbait kalkulagailutan jarri zen, hots, kalkulagailu geometrikoetan.

Cabrirekin, geometriako gai batzuk —hala nola planoko transformazioak, leku geometrikoak eta problemen ebazpen grafikoa— matematika-ezagutza gutxi izanda ere trata daitezke, ikaslea bere ikasketa-prozesuan parte-hartzaile aktibo izatea errazte aldera eta ikaslearen beraren aurkikuntzen garrantzia nabarmentze aldera. Adibidez, posible da irudiak neurtzea, irudiei dagozkien ekuazioak adieraztea, beren propietate geometrikoak egiaztatzea eta haiekin lotutako kalkuluak egitea.

Cabri 3D-k baditu hiru dimentsiotako bistaratze-tresnak, hala nola:

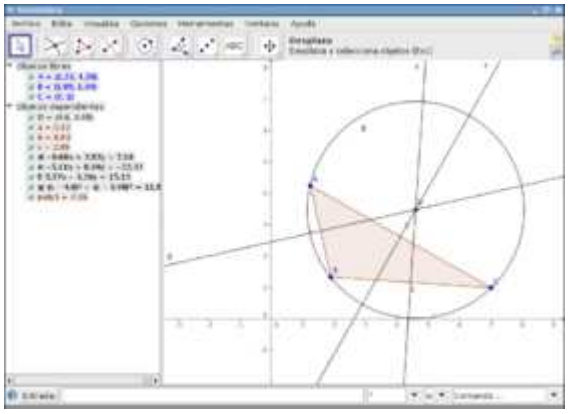
- Eszenatokiaren inguruan biratzea, bistako angelu batetik beste batera igaroz. Sakontasun-efektua ematea.
- Irudi baten irudikapen eta perspektiba bat baino gehiago bistaratzea: marrazketa teknikoaren hiru bistak, Cavalieri perspektiba…

Geogebra

Geogebra matematikaren irakaskuntzarako eta hezkuntzarako diseinaturiko software matematiko askea eta elkarreragilea da. Haren sortzaile Markus Hohenwarter-ek 2001ean abiarazi zuen proiektua, Salzburgoko unibertsitatean, eta, ondoren, Floridako Atlantic Unibertsitatean jarraitu zuen proiektua lantzen.

Oinarri-oinarrian, prozesadore geometriko eta aljebraikoa da Geogebra, eta hortik datorkio izena, baina, azken bertsioetan, kalkulu-orri bat ere badago.

Geogebrarekin, eraikuntzak egin daitezke puntuetatik, zuzenetatik, zuzenerdietatik, zuzenkietatik, bektoreetatik, koniketatik eta abarretik abiatuz, saguaren bidez edo komandoen bidezko tresnak zuzenean erabiliz. Trazaturiko guztia dinamikoki alda daiteke, hots, B edozein A objekturen menpekoa bada, A aldatuz, B doituko eta freskatuko da, eta Arekin dituen erlazioak mantenduko dira.



Geogebraren web-orri ofizialetik jaits daitezke bai programa, bai eskuliburua: http://www.geogebra.org/

4.0 azken bertsioak badakartza hobekuntzak, hala nola objektu baten barruko puntu bat aukeratzea, botoi eta testu-eremu editagarriak, eskua altxatuta marraztu ahal izateko tresnak (arkatza), eta poligono trinkoak eta polilerroak marraztea. Bertsio horrek aukera ematen du aldagai askotako funtzioak irudikatzeko, eta, bestalde, GeoGebraPrim bertsioa eskaintzen du Lehen Hezkuntzarako.

Hiru dimentsioko bertsioa ere prestatzen ari dira, planoak, piramideak, zilindroak eta esferak irudikatu ahal izateko.

Geogebra Bigarren Hezkuntzan: funtzioak, grafikoak, deribatuak eta integralak

1. Funtzio baten irudikapena

Egoera baten deskribapena – Balio-taula – Funtzioaren adierazpena – Grafikoa

1.1. Oinarrizko funtzioak

Oinarrizko funtzioak irudikatzea eta haien joerak aztertzea erraz egiten da parametroak (irristagailuak) erabiliz.

1. ariketa: saiatu funtzio hauen azterketa grafikoa egiten, parametroak erabiliz.

$f(x) = ax$, $g(x) = ax + b$, $h(x) = ax^2$, $l(x) = x^3$, $m(x) = \sqrt{x}$, $n(x) = ax^2 + b$, $x \cdot y = a$,

$r(x) = x^3 - 3x^2 + 2$, $p(x) = c/(ax+b)$, $q(x) = a\sqrt{x-b}$

1.2. Zatikako funtzioak

2. ariketa: irudikatu funtzio hauek.

Baldin eta [x < 1,x + 4,x −2], baldin eta [x < 0,0, baldin eta [x > 1,1,x]], baldin eta [x < 3,cos(x),x^2], baldin eta [x > 0 eta x < 3,cos(x),x^2], baldin eta [x < 0 edo x > 3,cos(x),x^2], baldin eta [0 < x < 3,cos(x)], deribatua[baldin eta [0 < x < 3,cos(x)]], baldin eta [x < 0 edo x > 3,sin(x)], f(x) = $|x|$, baldin eta [x ≠ 0,1/x,0]

1.3. Kurba baten asintotak

Badira bi komando. Batekin, limiteak kalkulatzen dira, eta, bestearekin, funtzio baten asintotak (denak batera, ez dira objektu solteak, baizik eta zerrenda bateko objektuak)

limitea[funtzioa, balioa], asintota[guntzioa]

3. ariketa: kalkulatu eta irudikatu funtzio hauen asintotak.

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}$$

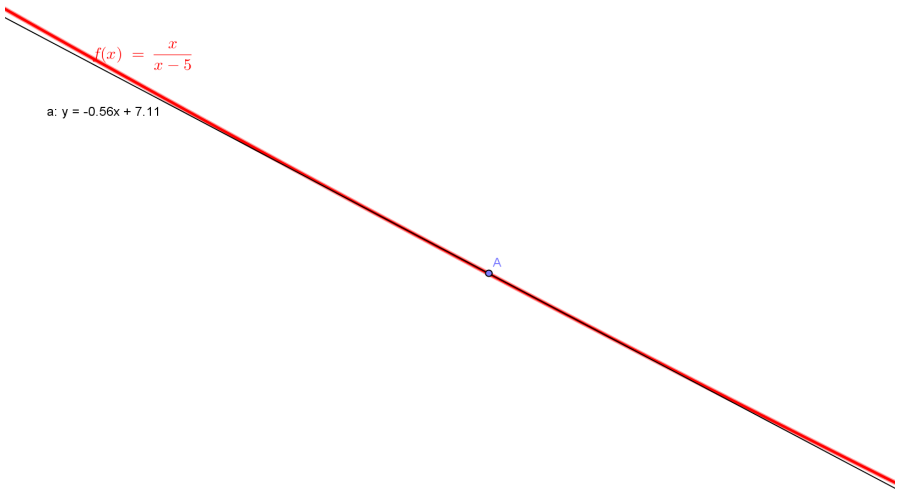
1.4. Kalkulu-orria: funtziotik balio-taulara, eta balio-taulatik funtziora

Demagun badugula $f(x) = \sqrt[3]{x}$ funtzioa. Funtzioaren grafikoaren gaineko A puntua aukeratuz, eta, kaptura-puntua lauki-sarean finkatuta edukiz, A puntua grafikoan zehar mugituko dugu. Mugimendu horren aztarnak utziko ditugu kalkulu-orrian; horretarako, A puntuan klikatuz, “Erregistratu aldaketak kalkulu-orrian” aukera baliatuko dugu. Funtzioaren balio-taula agertuko zaigu kalkulu-orrian. Kalkulu-orrian puntu horiek hautatuz eta “Sortu taula” aukera sakatuz, balio-taula orri grafikoan itsasten da.

Orain, alderantziz jokatuko dugu; kalkulu-orrian, balio-taula bat idatziko dugu ($y = x^2$ funtzioari dagokiona); “Sortu taula” aukerarekin, balio-taula hori orri-grafikoan jarriko dugu, eta, sarrera-eremuan “ErregresioPolinomioa[zerrenda, polinomioaren maila]” komandoa baliatuz, puntu horiei doitzen zaien funtzioaren adierazpen aljebraikoa lortuko dugu.

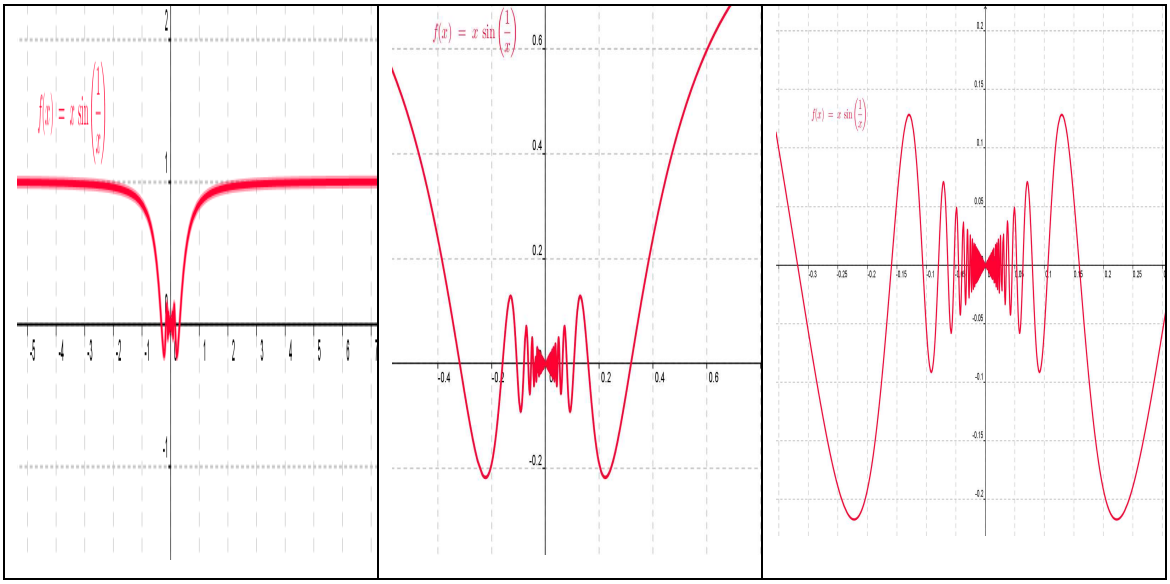
1.5. Zooma funtzio baten gainean

Adibidez, izan bedi $f(x)=\frac{x}{x-5}$ funtzioa, eta haren gaineko A puntu bat eta zuzen ukitzailea puntu horretan; zooma sakatuz puntu horren ingurune batean, ukitzailea eta funtzioa ordezkatu daitezkeela ikusarazten da.

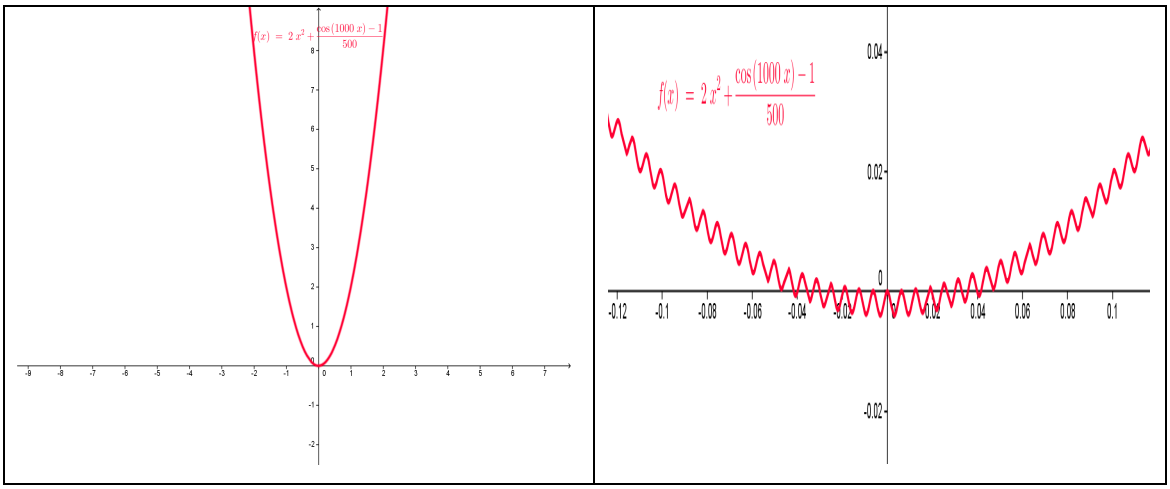


4. ariketa: ardatzetako unitate-eskalak egoki aukeratuz, irudikatu funtzio hauek.

a) $f(x)=x\sin(\frac{1}{x})$



b) $f(x) = 2x^2 + \dfrac{\cos 1000x - 1}{500}$



1.6. Polinomio baten muturrak eta erroak

Muturra[Polinomioa]

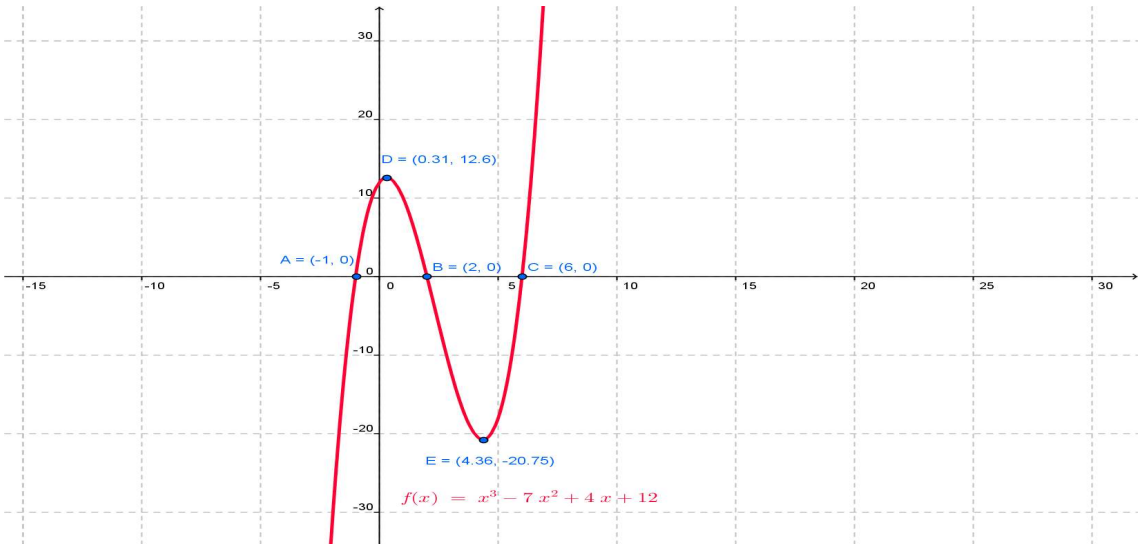
Muturra[Funtzioa, x-ren hasierako balioa, x-ren bukaerako balioa]

Erroa[Polinomioa]

Komando horiekin, polinomio baten muturrak eta OX ardatzarekiko ebakidura-puntuak kalkula daitezke.

6. ariketa: izan bedi $p(x) = x^3 - 7x^2 + 4x + 12$ polinomioa. Kalkulatu haren muturrak eta erroak [−5,10] tartean.

Muturra[p] komandoa erabil daiteke, eta haren erroak tarte batean: Erroak[p, −5,10]. Honako hau lortzen da:



2. Deribatuak

Geogebrak baditu deribatuak kalkulatzeko komando batzuk. Haien artean, honako hauek:

Deribatua[Funtzioa]

Deribatua[Funtzioa, zenbakia]: ondoz ondoko deribatuak kalkulatzeko.

7. ariketa:

Deribatuaren kontzeptua ulertzeko, lau adibiderekin jardungo dugu.

a) Izan bedi $f(x) = 2x + 4$ funtzioa; kalkulatu eta irudikatu haren deribatua. Izan bedi funtzioaren A puntu bat; kalkulatu puntu horretako ukitzailea eta ukitzailearen malda. Definitu B = (x(A),f'(x(A))) puntua. Zer kurba egin du B-k, A puntuak f kurba egin duenean?

b) Bigarren adibidean, funtzio bat eta haren deribatua irudikatuko ditugu, eta funtzio horren gaineko puntu bateko zuzen ukitzailea; A puntua funtzioaren gainean mugitzean, B puntua deribatuaren gainean mugituko da.

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 6$$

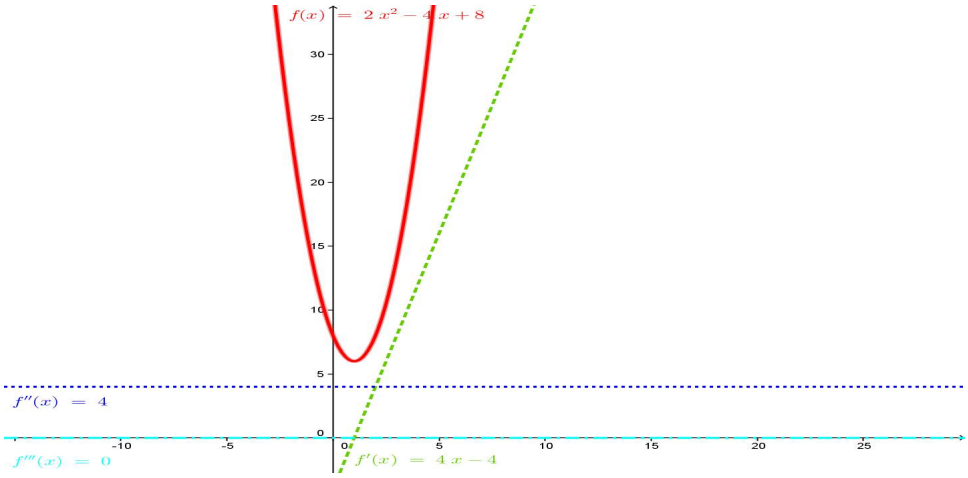
c) Laugarren adibidean, irudikatu funtzio bat eta haren A puntu bat, honela:

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

Puntu horretan, kalkulatu ukitzailea, eta, haren malda m izanik, puntu hau definituko dugu: B = (x(A),m). A-k f kurba egin duenean, B-k kurbaren deribatua egiten du. Zein da B puntuak egindako kurbaren adierazpen aljebraikoa?

8. ariketa:

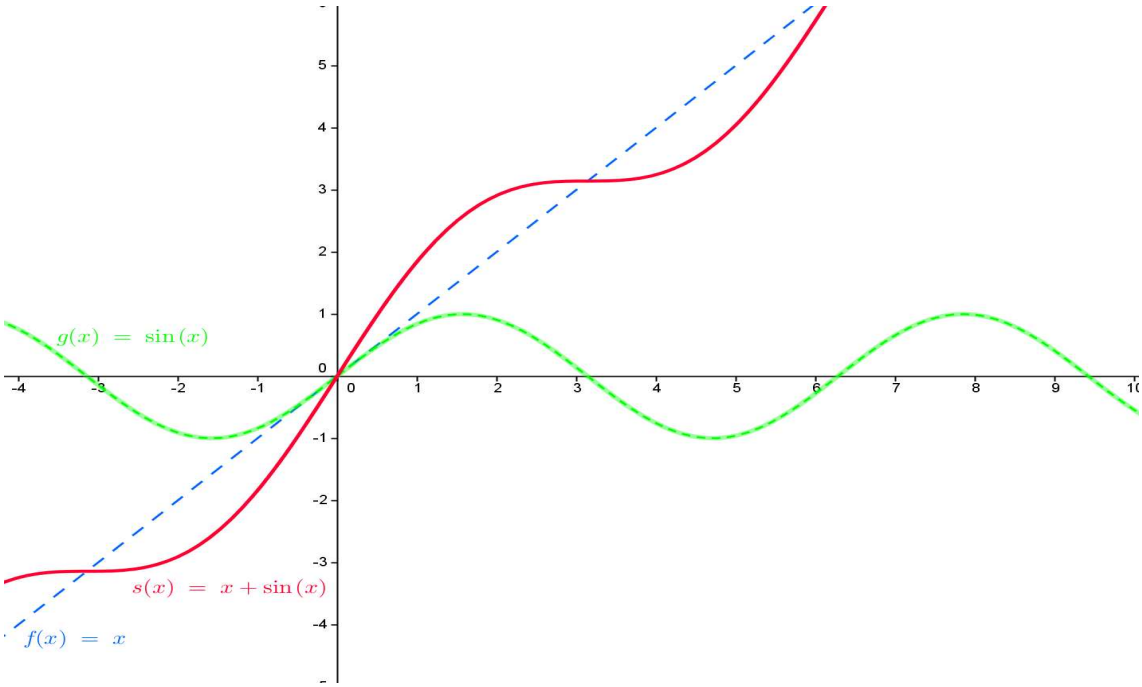
Izan bedi $f(x) = 2x^2 - 4x + 8$. Kalkulatu eta irudikatu haren ondoz ondoko deribatuak.



2.1. Baturaren deribatua – bigarren ikuspegi grafikoa

Propietateak irekitzean, aurreratuaren etiketan aukeratu daiteke zein ikuspegitan agerrarazi nahi ditugun objektu batzuk .

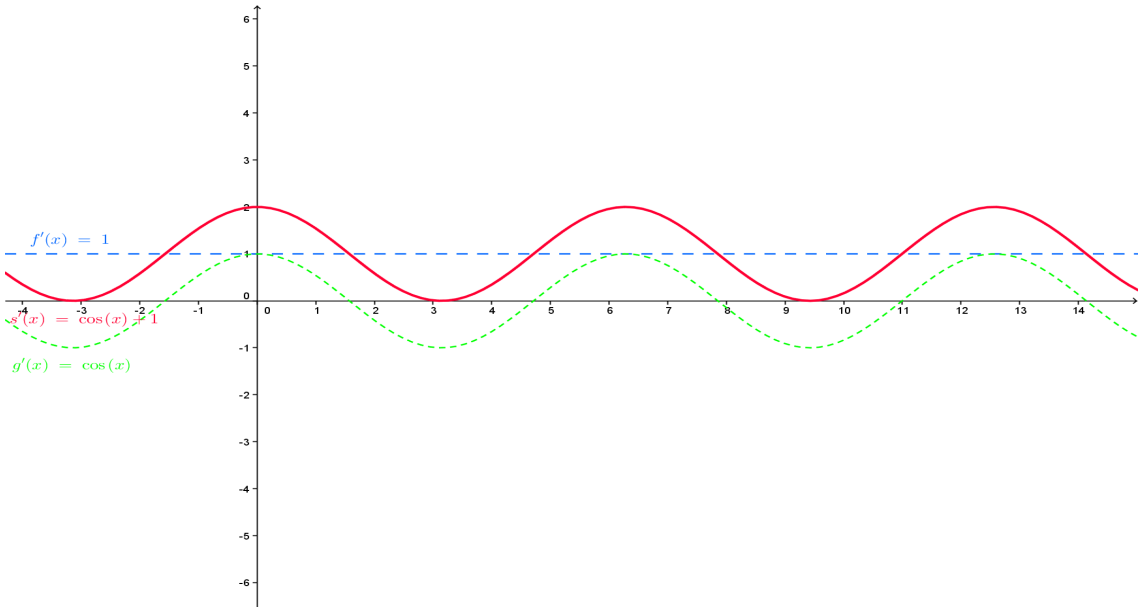
Adibidea: irudikatu funtzio hauek lehen ikuspegi grafikoan: $f(x) = x$, $g(x) = \sin x$, $s(x) = x + \sin x$



Ondoren, irudikatu beren deribatuak, eta agerrarazi bigarren ikuspegi grafikoan.

Kopiatu ikuspegi grafikoa arbelan = Ctrl + Bloq Mayus + C

$$f'(x) = 1,\ g'(x) = \cos x,\ s'(x) = 1 + \cos x$$

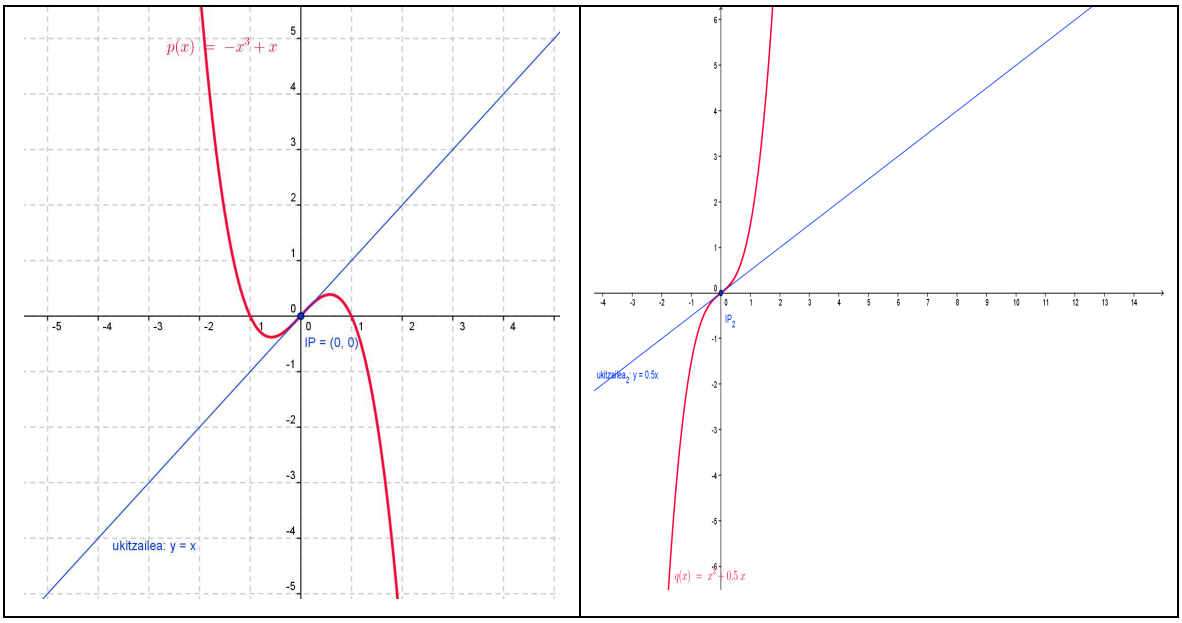


2.2. Inflexio-puntuak

Komandoa: InflexioPuntua[Polinomioa]

9. ariketa: kalkulatu bi funtzio hauen inflexio-puntuak:

$$p(x) = -x^3 + x,\ q(x) = x^3 + 0.5x$$



3. Integralak

Integraletarako, baditugu honako komando hauek:

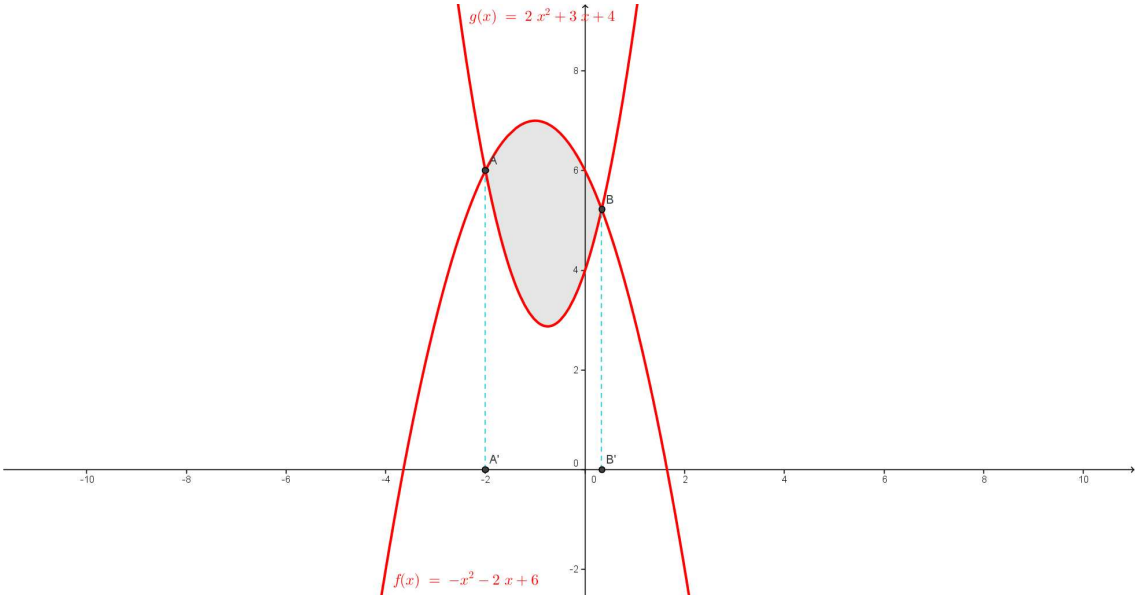
Integrala[Funtzioa]

Integrala[Funtzioa, x-ren hasiera, x-ren bukaera]

IntegralaArtean[Funtzioa, Funtzioa, x-ren hasiera, x-ren bukaera]

10. ariketa: irudikatu $f(x) = (2+x)(2-x) = 4 - x^2$. Kalkulatu haren funtzio integrala, eta OX ardatzaren eta funtzioaren arteko azalera.

11. ariketa: kalkulatu $f(x) = -x^2 - 2x + 6$ eta $g(x) = 2x^2 + 3x + 4$ funtzioen arteko azalera.



3.1. Integralaren kontzeptua

Integralaren kontzeptua azalera gisa ulertarazteko, adibide honetan, behe-baturak, goi-baturak, batura trapezoidalak eta integrala bera kalkulatuko ditugu. Komandoak hauek ditugu:

BeheBatura[Funtzioa,a,b,n]

GoiBatura[Funtzioa,a,b,n]

BaturaTrapezoidala[Funtzioa,a,b,n]

Integrala[Funtzioa,a,b]

12. ariketa: izan bitez $f(x) = -x^2 - 2x + 6$ eta A=(-3,0) eta B=(3,0) puntuak. Kalkulatu f(x) funtzioaren eta OX ardatzaren arteko azalera A eta B puntuen artean. Aldatu funtzioa edota integrazio-limiteak.

4.4. Matematikaren irakaskuntzarako Internet-baliabideak

INTEF Hezkuntza Teknologien Institutuaren proiektuak

Hezkuntza Teknologien Institutua Hezkuntza eta Zientzia Ministerioaren erakunde bat da. Azken urteotan, informazioaren teknologiak hezkuntza-munduan txertatzeko proiektuak lantzen ari dira.

Haren helburuen artean dago hezkuntzarako material digitalerako sarbidea lortzea; matematikari dagokionez, tresna digital berriekin matematika ikasteko eta irakasteko modu desberdin eta sortzaile bat lortu nahi da.

INTEFk zenbait proiektu bultzatu ditu. Besteak beste, honako hauek:

- Descartes proiektua
- PI proiektua: arbel interaktiboa (Lehen Hezkuntza)
- CANALS proiektua: 150 jarduera Haur Hezkuntzarako eta Lehen Hezkuntzarako
- Curriculumeko material sarituak
- "Agrega" proiektua: 140.000 objektu digital, 4 agregazio mailarekin
- Gauss proiektua
- Praktika onak argitaratzeko sare soziala eta esperientziak trukatzeko materialak
- Software askerako sarbidea

Gauss proiektua

Matematikaren irakaskuntzari begira diseinatuta dago Gauss proiektua. Azpimarratzekoa da, asmo handiko Eskola 2.0 izeneko proiektuaren barruan baitago, 500 jarduera baino gehiagorekin.

- Honela dago egituratuta:

- Proiektuaren oinarria: Geogebra.
- Sarrerako materialak.
- Erabiltzaileen foroa.
- Ikasteko materialak.
- Baliabide osagarriak.
- Irakasleen prestakuntza.
- Geogebrari buruzko informazio gaurkotuan sartzeko posta-zerrenda.
- Jarduerak web-orrian jar daitezke.

- Proiektua printzipio hauek gidatzen dute:

- Eginez ikasten da.
- Matematika baliagarria eta ereduak ematen dituen matematika.

- Testuinguru bati atxikitako estrategia zehatzak: zenbait alderdi orokortzen dira, ikasketa formalagoa eta sintetizatuagoa lortzeko.
- Konektibitatea: kontzeptuen arteko lotura eta prozeduren konbinazioa.
- Komunikazioa: ideien eztabaida eta txosten idatzia.
- Orientabidea: epe ertainerako eta luzerako helburuak.

Egoera aberatsak sortzea du helburu; zehazki, manipulazioari esker, matematika egitea eta ikastea lortu nahi da (aldatu, behatu, esploratu). Erabilera askoko egoerak dira, hainbat testuingurutatik eratorriak. Material egituratu hauekin betidanik sortu den arazoa izan da ikasleen eta materialen arteko interakzioa; adibidez, Google-n “matematika interaktiboa” idatziz gero, helbide batzuk agertzen dira, interaktibo izatetik urrun daudenak.

- Joan gaitezen, azaletik bada ere, proiektua azaltzera:

Arretagunea Bigarren Hezkuntzan jarriz gero, hiru zatitan banatzen da, eta haietako bakoitzak baditu atal batzuk.

- Aritmetika eta aljebra: zenbakiak eta ekuazioak, matrizeak eta determinanteak, programazio lineala.
- Geometria: trigonometria, geometria laua, espazio-geometria, transformazioak.
- Funtzioak: familiak eta eragiketak, limiteak eta jarraitutasuna, deribatuak eta integralak.
- Estatistika eta probabilitatea: ausazko gertaerak, erregresioa, banaketak, laginak.

- Jarduerak:

Jarduera bat item didaktikoa da, halaber objektu digitala deritzona. Ikaslearen ekintzak galdetegi batekin lagunduta datoz; galdetegia jarduera ebazteko lagungarri da. Bi botoirekin daude hornituta; bata, erabilera-arauak lortzeko, eta bestea, informazio osagarria lortzeko. Jarduera bakoitzari orientazio maila bat esleitu zaio. Dena da irekia; jarduerak alda daitezke; jardueraren testua beste hizkuntza batera itzul daiteke; eta jarduera egiteko eskaintzen den Geogebraren eraikuntza ere alda daiteke. Creative Common lizentziapekoa da: aldaketak baimenduta daude, baldin eta jatorrizko objektua aipatzen bada.

Batxilergorako, 28.150 jarduera inguru daude; haietako batzuk DBHko beste batzuekin loturik daude (jardueraren ondoan - ikurra jarriz adierazten da hori).

Jardueren adibideak:

- Akiles, dortoka eta konputabilitatea
- Segiden limiteak kalkulatzeko kalkulatzailea
- Banaketa binomiala
- Hamabi grafiko
- Deribatuei buruzko bost teorema
- Funtzioen jolasa
- Alboko limiteak eta jarraitutasuna
- Korrelazioa

Web-orriak

Divulgamat

http://divulgamat.ehu.es/weborriak/RetosMatematicos/index.asp

Atalen artean, honako hauek azpimarratu behar dira:

- Matematikaren erronkak: hamabostaldiko problema (Santi Fernandez).
- Matematikaren historia: matematikari ospetsuen biografiak, matematikaren historian egon diren lan nagusiak, matematikaren historia irudiaren bidez, Espainiako matematikarien biografiak eta karikaturak, XVI. eta XIX. mendeetako Espainiako matematika–liburuak, eta egileen katalogoa.
- Matematikako umore grafikoa.
- Dibulgaziozko argitalpenak: matematikari buruzko dibulgaziozko liburuak, bideo didaktikoak, matematika komunikabideetan…
- Irakurgaiak on-line: emakumeak eta matematika, 13 erretratu, matematikaren eskola-eguna…
- Erakusketa birtualak: argazkigintza eta matematika, artea eta matematika…

- Kultura eta matematika: papiroflexia eta matematika, musika eta matematika, antzerkia eta matematika, zinea eta matematika, literatura eta matematika…
- Interneteko baliabideak: didaktikoak, Internet eta Lehen Hezkuntzarako matematika.

Matemáticas en tu mundo

http://catedu.es/matematicas_mundo/

Atalen artean, honako hauek azpimarratu behar dira:

- Matematika non?: artean, zineman, kiroletan, poesian, gizartean…
- Argazki matematikoak: fraktalak, espiralak, mosaikoak, natura…
- Umorea: txisteak, matematikariak eta beste gremio batzuk, hanka-sartzeak (okerrak), umore grafikoa, ohi ez bezalako prentsa.
- Multimedia: power-pointak eta bideoak.
- Sare sozialak: Eduardo Punsetek matematikari bati elkarrizketa egiten dio (bideoa).
- Zinema: matematikariak intimitatean, matematika zineman eta telebista-saioetan (ikasgelarako oparia).

Recursos de matemáticas en Internet

http://www.recursosmatematicos.com/redemat.html

Atalen artean, honako hauek azpimarratu behar dira:

- Eguneko matematikaria.
- Hezkuntza mailaren arabera sailkatutako baliabideak: Haur Hezkuntza, Lehen Hezkuntza…
- Hezkuntzako legeak
- Lotura batzuk

Matematika: Antonio Perezen web-orria

http://platea.pntic.mec.es/aperez4/

- Gauss proiektua
- Eskola 2.0

- Matematika eta IKTak: Sestaoko Berritzegunean egindako elkarrizketa (http://platea.pntic.mec.es/aperez4/)
- Serie matematikoak bideotan: jakitearen abentura, gehiago gutxiagotik
- Matematikako ikur nagusien historia

Manuel Sadaren web-orria, Geogebrari buruzkoa

Orri horretan, Geogebrak geometria ikasteko eskaintzen dituen aukera didaktikoen adibide asko aurkitu daitezke:

http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/index.htm

Zientzianet :Elhuyarren web-orria

http://www.zientzia.net/

- Telebistako zientzia-saioa: *Teknopolis*
- Irratiko zientzia-saioa: *Norteko ferrokarrila*
- Artikulua: "Bazen behin zirkua" (http://www.zientzia.net/informazioa/elhuyar/1996/114/pdf/A114_O09.pdf)
- Dosierrak (tabakoa, populazioaren bilakaera, petrolioa…)
- Zein da Pi zenbakiaren jatorria (grabazioa)

http://www.zientzia.net/multimedia_bist.asp?Multi_Kodea=18&formatua=galdera

Beste batzuk

- UNESCOren orria (matematikako gaien aurkezpen bat aurki daiteke):

http://www.experiencingmaths.org/

- Hezkuntza arlo eta maila guztietako irakasleek katalogaturiko eta iruzkindutako baliabideak:

http://www.educacontic.es/

- Jakingarri matematikoak:

http://jakinmate.wordpress.com/

Euskaraz planteaturiko aritmetika- eta geometria-jokoak eta problema batzuk planteatzen ditu (bloga).

- Pi zenbakiaren orria:

http://webs.adam.es/rllorens/pihome.htm

- RSMEren orria (Espainiako matematikako errege-elkartea)

http://www.rsme.es/component/option,com_weblinks/catid,43/Itemid,23/

- J. Godinoren orria: maisu-maistrentzako matematika.

http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/welcome.html

www.ugr.es/jgodino

- Educared-en orria:

http://www.educared.net/

- NCTMren orria:

www.nctm.org

- Maths Thesaurus:

http://thesaurus.maths.org

Datu-base eleaniztuna (egun, 9 hizkuntza) sarbide askeko sarean. 4.000 kontzeptu matematiko baino gehiago, eta 14.000 erlazio-lotura baino gehiago beren artean. Ingelesezko bertsioa Cambridgeko Unibertsitatean garatzen da; Espainiakoa, Cantabriako Unibertsitatean.

- MateGuay (hemengo blog bat):

https://sites.google.com/site/mateguay/

Testuliburu digitalak

Gaur egun, argitaletxe gehienek formatu digitalean ipini dituzte hezkuntzako material guztiak edo batzuk; horrek, neurri batean, ikaslearekin interakzioa izateko aukera ematen du, baita testuliburuek diseinu pertsonalizatua ere, ikasleak berak egindako elementuak barneratu baitaitezke. Egia da hastapenetan den merkatu bat dela, 2011ko argitalpen-merkatu osoaren % 2 baino ez baita izan. Nolanahi ere, etorkizuneko aukera bat da, herrialde batzuetan hartutako erabaki bat baita dagoeneko, testuen garapenerako zenbait argitaletxerekin sinatutako akordioen bidez gauzatuko dena.

Testu digitalak argitaratzen dituzten argitaletxeetako batzuk dira honako hauek:

Digital-text

Badituzte Lehen Hezkuntzako 5. eta 6. mailetarako testuliburuak, zenbait ikasgaitan; haien arteann matematikan. Web-orrian badago materialen laginen bat kontsultagai.

http://www.digital-text.com/

Argitaratzaileen Elkarte Nazionala (Asociación Nacional de Editores - ANELE)

Matematika ikasgairako eta irakaskuntza mota orokorrerako kontsulta eginez, 95 titulu agertzen dira, hala Lehen Hezkuntzakoak nola Bigarrenekoak: http://anele.org/

INTEF

Wikididaktikan, “Praktika onak” izeneko atalaren barruan, badago zenbait material; haien artean, Lehen Hezkuntzako matematikako batzuk, “Objektu digital interaktiboak” izenburupean bataiaturik. Helbide hauetan daude:

http://recursostic.educacion.es/buenaspracticas20/apls/MediaWiki/index.php/P%C3%A1gina_Principal

http://recursostic.educacion.es/buenaspracticas20/apls/MediaWiki/index.php/Categor%C3%ADas_de_Primaria

http://recursostic.educacion.es/buenaspracticas20/apls/MediaWiki/index.php/Categor%C3%ADas_de_Matem%C3%A1ticas_en_Primaria

(Azken helbidean daude matematikakoak).

Jarduerak

1. Egiaztatu aukeratutako web-orriak existitzen direla eta badituztela seinalatutako atalak. Hala ez bada, azpimarratu desberdintasunak. Bestalde, azpimarratu orrialde bakoitzeko berezitasunak. Erkatu Lehen Hezkuntzako ikasgaiaren irakaskuntzarako orrialdeen erabilera didaktikoarekin, eta egin analisi kritikoa.

2. Bilatu, beste hizkuntza batzuetan, interesgarri izan daitezkeen beste web-orri batzuk. Seinalatu beren ezaugarriak eta berezitasunak.

3. Ikusi ahal izan duzunez, INTEFren baliabideak ugariak eta sailkaezinak dira: berariazko proiektuak, materialak, blogak, eta abar. Aztertu sakontasunez, sailkatu, eta aukeratu Lehen Hezkuntzarako interesgarri iruditzen zaizkizunak.

4. Liburu digitalei dagokienez, aztertu Batxilergorako testuetako laginak, eta azpimarratu haien ezaugarri nagusiak eta papereko testuliburuekiko dituzten desberdintasunak, abantailak eta eragozpenak. Benetan interaktibo al dira?

5. Bilatu eta sailkatu Geogebrarekin erlazionatutako zenbait orri interesgarri.

6. Adierazi iritzia, txosten txiki batean kontrako eta aldeko alderdiak aipatuta, iritzi ezagun honi buruz: “Informatika eta IKTak ondo daude elementu motibatzaile eta laguntza gisa, baina testuliburuari lagunduz, betiere”.

7. IKTak eta Interneteko baliabideak ikasgelako dinamikan sartzean, itaun praktiko batzuk sortzen dira. Adibidez, honako hauek:

- Non kokatzen da testuliburuen eta IKTen bidezko lanaren arteko oreka?
- Zer tratamendu ematen zaio ezagutzak sakabanatzeari?
- Ikasleek ba al dakite zer ikasi duten ikerketak egin ondoren? (ikerkuntza-metodoan ikasketak finkatzea)

5. gaia. BATXILERGOKO CURRICULUMEKO EDUKI-BLOKE NAGUSIEN GARAPENA

5.1. Batxilergoa arautzen duen dekretua eta matematikako ikasgaiak

5.2. Curriculumaren antolatzaileak

5.1. Batxilergoa arautzen duen dekretua eta matematikako ikasgaiak

Batxilergoan, matematikaren irakaskuntzarako helburuak gaitasunen zerrenda gisa daude enuntziaturik. Honako zortzi hauek dira:

HELBURUAK	*HELBURUAK*
*Etapa honetan, gaitasun hauek lortzea da **Matematika** ikastearen helburua:*	*Etapa honetan, gaitasun hauek lortzea da **Gizarte Zientziei Aplikaturiko Matematika** ikastearen helburua:*
1.– Matematikaren beraren eta beste zientzia batzuen esparruko problemak planteatzea eta ebaztea eta, horretarako, hainbat estrategia aukeratzea eta erabiltzea, ebazpen-prozesua arrazoitzea, emaitzak interpretatzea eta justifikatzea, eta emaitzak egoera berrietan aplikatzea, gizartean eraginkortasunez jarduteko.	*1.– Errealitate sozialari eta matematikari berari buruzko problemak proposatzea eta ebaztea eta, horretarako, hipotesiak egitea, hainbat estrategia aukeratzea eta erabiltzea, ebazpen-prozesua arrazoitzea, emaitzak interpretatzea eta justifikatzea eta haiek egoera berrietan aplikatzea, eraginkortasun handiagoz aurre egiteko egungo gizarteko erronkei.*
2.– Egungo informazio eta komunikazio-teknologiek ematen dituzten baliabideak (kalkulagailuak, ordenagailuak, etab.) zentzuz erabiltzea eta, egoeraren arabera, egokienak hautatzea informazioa biltzeko eta prozesatzeko; eta problemak ebazteko kalkuluak behar bezain zehatz eta azkar egitea, gertakari dinamikoak ulertzen eta datu asko maneiatzen laguntzeko.	*2.– Eredu teorikoak (aljebraikoak, funtzionalak, estatistikoak eta probabilistikoak) eta haiei buruzko edukiak erabiliz, matematika aplikatzea gizarte-zientzien esparruko gertakariak analizatzeko, interpretatzeko eta iragartzeko.*
3.– Nork bere emaitzak eta ondorioak justifikatzeko eta azaltzeko argudio sendoak prestatuz, argi eta zehazki arrazoitzea eta argudiatzea, jarrera malgua, irekia eta kritikoa izanik beste iritzi eta arrazoibide batzuen aurrean.	*3.– Zentzuzko diskurtsoa erabiltzea egoera problematikoei buruzko irizpenak eta erabakiak hartzeko, eta, horretarako, prozedurak justifikatzea, argudioak zuzen lotzea, norberaren arrazoibideak zehatzak izatea eta besterenak kritikoki analizatzea, eta jarrera malgu, ireki eta kritikoa izatea.*
4.– Matematika giza kulturaren zatitzat hartzea, historian izan duen eta egungo gizartean duen egitekoa kontuan hartuta, eta gizarte-gertakariak aztertzeko eta balioesteko	*4.– Matematika-hizkuntzaren eta -adierazpenaren berezko tresnak (zenbakiak, taulak, grafikoak, funtzioak, sinbolorik ohikoenak…) autonomiaz eta sormenez*

aplikatzea ikasitako matematika-gaitasunak (hala nola kultura-aniztasuna, ingurumena errespetatzea, osasuna, kontsumoa, genero-berdintasuna eta elkarbizitza baketsua).	*erabiltzea eta matematika-terminoak, -notazioak eta -adierazpenak ulertzea eta erabiltzea, nork bere pentsamenduak argi eta koherentziaz azaltzeko.*
5.– Matematika-kontzeptuak, -prozedurak eta -estrategiak erabiltzea, matematika-arloan bertan eta matematikaren eta beste jakintza-arlo batzuen arteko harremanetan eta aplikazioetan aurrera egiteko eta, hartara, zientzia- eta teknologia-gai espezifikoei buruzko ikasketak egin ahal izateko.	*5.– Egungo informazio- eta komunikazio-teknologiek ematen dituzten baliabideak (kalkulagailuak, ordenagailuak, etab.) zentzuz erabiltzea eta, egoeraren arabera, egokienak hautatzea informazioa biltzeko eta prozesatzeko, datu asko maneiatzeko eta kalkuluak egiteko problemak ebazteko behar bezain zehatz eta azkar.*
6.– Matematika-hizkuntzaren eta -adierazpenaren berezko tresnak (zenbakiak, taulak, grafikoak, funtzioak, sinbolorik ohikoenak…) autonomiaz eta sormenez erabiltzea eta matematika-terminoak, -notazioak eta -adierazpenak ulertzea eta erabiltzea, nork bere pentsamenduak argi eta koherentziaz azaltzeko.	*6.– Matematika kulturaren osagaitzat hartzea, historian izan duen eta egungo gizartean duen egitekoa kontuan hartuta, eta matematika eta ingurune soziala, kulturala eta ekonomikoa erlazionatzea, gizarteko hainbat gertakari aztertzeko eta balioesteko eta nork haiekin konpromisoa hartzeko.*
7.– Matematika inguruko egoera errealekin lotzea eta haietan aplikatzea, eta jakitea matematikaren zer alderdi trata daitezkeen eredu teorikoen bidez, zenbakizko eta ausazko edukiak eta eduki aljebraikoak, logikoak, geometrikoak eta grafikoak erabiliz askotariko egoera problematikoak lantzeko eta ebazteko.	*7.– Lanean beharrezko eta ohikotzat hartze aldera, matematika-jardueraren eta ikerketa sozioekonomikoaren berezko jarrerez jabetzea eta haiek erabiltzea: matematika-hizkuntza balioestea, datuak egiaztatzea eta alderatzea, argudioak kritikoki analizatzea, prozesuak eta emaitzak sistematikoki berrikustea eta talde-lana balioestea.*
8.– Matematika-jarduerak berezkoak dituen ezaguerak eta moduak (hala nola alternatibak sistematikoki aztertzea, hizkuntza zehatza eta malgutasuna eta saiatutasuna) nork gainerako arloetan hartzen dituen jakintza multzoan txertatzea, problemak sormenez, analitikoki eta kritikoki ebazteko.	*8.– Matematika-kontzeptuak, -prozedurak eta -estrategiak erabiltzea, matematika-arloan bertan eta matematikaren eta beste jakintza-arlo batzuen arteko harremanetan eta aplikazioetan aurrera egiteko eta, hartara, gizarte- eta ekonomia-gaiei eta beste gai batzuei buruzko ikasketak egin ahal izateko.*

Helburu horietatik eratorrita, matematika ikastearen xedeak honela sailka daitezke:

- Matematika jakintza baliagarria da maila goreneko gaitasunak.

- Beste arlo batzuetarako tresna bat da; batik bat, arlo zientifikoetarako.

- Matematikak aplikazio funtzionala du, eguneroko bizitzako zenbait eremutan.

Goñik dioenaren arabera (19. or.), selektibitatea gainditzeko garrantzi handien hartzen duen helburua da matematika tresna gisa balioztatzea.

1. jarduera

Irakurri Batxilergoa arautzen duen dekretua. Lotu matematikako ikasgaien helburuak Batxilergoaren helburuekin eta heziketa matematikoaren helburu orokorrekin. Lotu ebaluazio-irizpideak helburuekin eta ikasgaiaren edukiekin. Aztertu orientabide metodologikoak eta printzipio orokorrak.

5.1.1. Eduki multzoak

Eduki multzoak aukeratzeko eta antolatzeko, irizpide hauek erabiltzen dira:

- Ikasgaiaren logikarekiko adierazgarritasuna.

- Giza eta kultura-mailetan garrantzi handia izatea.

-Esangura izatea psikologiaren ikuspuntutik.

- Funtzionalitate didaktikoa (anizkoiztasuna).

- Egiturak ikusarazteko ahalmena izatea (loturak eta transferentziak errazten dituzte).

MATEMATIKA I EDUKIAK	MATEMATIKA II EDUKIAK
1. multzoa.– Eduki komunak.	**1. multzoa.– Eduki komunak.**
1.– Problemen ebazpena.	1.– Problemen ebazpena.
2.– Kalkulagailuak eta programa informatikoak.	2.– Kalkulagailuak eta programa informatikoak.
3.– Jarrerak.	3.– Jarrerak.
2. multzoa.– Aritmetika eta aljebra.	**2. multzoa.– Aljebra.**
1.– Zenbaki errealak eta konplexuak.	1.– Matrizeak eta determinanteak.
2.– Aljebra-hizkuntza.	2.– Ekuazio-sistemen ebazpena.
3. multzoa.– Geometria.	**3. multzoa.– Geometria.**
1.– Trigonometria.	1.– Bektoreak eta eragiketak.
2.– Geometria analitikoa planoan.	2.– Espazioko geometria.
4. multzoa.– Analisia.	**4. multzoa.– Analisia.**
1.– Funtzioak eta funtzio motak.	1.– Funtzio baten limiteak.
2.– Funtzio baten deribatua.	2.– Deribatua.
5. multzoa.– Estatistika eta probabilitatea.	3.– Integrala.
1.– Estatistika.	
2.– Probabilitatea.	

2. jarduera: Aztertu aurreko taulan agertzen diren edukietako azpiepigrafeak, eta alderatu Matematika I eta II ikasgaien eduki multzoak.

GIZARTE-ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA I	**GIZARTE-ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA II**
EDUKIAK	EDUKIAK
1. multzoa.– Eduki komunak.	**1. multzoa.– Eduki komunak.**
1.– Problemen ebazpena.	1.– Problemen ebazpena.
2.– Kalkulagailuak eta programa informatikoak	2.– Kalkulagailuak eta programa informatikoak.
3.– Jarrerak.	3.– Jarrerak.
2. multzoa.– Aritmetika eta aljebra.	**2. multzoa.– Aljebra.**
1.– Zenbaki erreala.	1.– Matrizeak: ekuazio-sistema linealak.
2.– Aljebra-hizkuntza.	2.– Programazio lineala.
3.– Finantzetako matematika.	
3. multzoa.– Analisia.	**3. multzoa.– Analisia.**
1.– Funtzioak.	1.– Funtzioen limiteak.
1.– Funtzioak.	2.– Deribatuak.
2.– Funtzio motak.	3.– Integral kontzeptuaren hasi-masiak.
3.– Deribatuen hasi-masiak.	
4. multzoa.– Estatistika eta probabilitatea.	**4. multzoa.– Estatistika eta probabilitatea.**
1.– Estatistika dimentsiobakarra.	1.– Probabilitateak.
2.– Estatistika bidimentsionala.	2.– Inferentzia estatistikoa.
3.– Probabilitatea.	

3. jarduera: aztertu aurreko taulako azpiepigrafeak, eta alderatu Gizarte Zientziei Aplikatutako Matematika I eta II ikasgaien eduki multzoak.

4. jarduera: erkatu bi matematiketako eduki multzoak.

Curriculum arauemailea legeek ezarritakoa da, eta proposatzailea, ahalmen arautzailerik ez duten erakundeek edo pertsonek ezarritakoa.

Argitaletxeek garatutako curriculumen azterketa egitea interes handikoa da. Oro har, argitaletxeek egindako curriculumerako proposamenak oso antzekoak izaten dira. Testuliburuak ez dira oso malguak izaten, eta ez dira ia egokitzenbeste testuinguru batzuetara. Testuliburuekin batera argitaratzen diren gida didaktikoek informazio nahikoa ematen dute egileen asmo eta helburuez.

7. jarduera: aurkitu edozein testulibururen gida didaktikoa. Begiratu gai-ordena, eta egin ematen duen informazio motari buruzko laburpen txiki bat. Konparatu informazio hori dekretuan dagoenarekin, eta azpimarratu berdintasunak eta desberdintasunak.
8. jarduera: hartu testuliburu bat, eta bilatu curriculumean agertzen diren edukiekiko antzekotasunak eta desberdintasunak.

5.2. Curriculumaren antolatzaileak

Rico eta Coriat-i (1992) eta Rico-ri (1997) jarraituz, unitate didaktikoen diseinua, garapena eta ebaluazioa egituratzeko hartzen diren oinarrizko osagaiei antolatzaileak deritze. Hauek dira:

1. Analisi fenomenologikoa

Fenomenologia matematikoaren ideia Hans Freudenthal-i zor zaio (1983). Zera adierazi zuen: "inongo ideia matematikorik ez da argitaratu aurkitu zen moduan". Matematikako kontzeptu, ideia edo egitura baten fenomenologiarekin adierazi nahi dugu hura (kontzeptua, ideia edo egitura) sortu zen fenomenoaren arabera deskribatu behar dugula, eta baita ikaskuntza-irakaskuntza prozesuan izan duen zabalkundearen arabera ere.

2. Garapen historikoa

Ezinbestekoa da, delako topiko horren kontzeptuzko analisia egin ahal izateko; horretaz gainera, irizpideak ematen ditu jakiteko zer norbanako eta giza prozesu behar diren ezaguera matematikoa eraikitzeko.

3. Irakaskuntza-dekretuen ezagutza eta tratamendua: gaitasunak, helburuak, kontzeptuak, prozedurak, jarrerak eta ebaluazioa.

Dagokion mailan eta etapetan kokatzen da edukia. Horretarako arrazoiak zein diren jakitea, irakaskuntza-dekretuez hausnarketa egitea eta irakaskuntza-dekretuak ezagutzea esan nahi du.

4. Ereduak eta irudikapenak

Oro har, matematikako kontzeptuak irudikatzeko, berariazko irudikapen-sistema askotarikoak erabiltzen dira. Ideia matematiko askoren irudikapenaren bidez, ideia bera ulertzen eta haren ikasketa errazten laguntzen da.

5. Materialak eta baliabideak

6. Erroreak eta zailtasunak

Aldiro-aldiro errepikatzen diren erroreek ikaslearen kognizio-eskema desegokiaren aurrean jartzen gaituzte.

7. Bibliografia

5.2.1. Curriculumeko ikasgaietako antolatzaileak

Ikasgaia: zenbaki errealak

1. Analisi fenomenologikoa

Irrazionalak nola sortu ziren ulertzeko, honako testuinguru hauek aipa daitezke: urrezko laukizuzenaren aldeen neurrien arteko erlazioa, edo, pentagono erregularrean, diagonala eta aldearen arteko erlazioa; zirkunferentziaren luzeraren eta diametroarenaren arteko luzera; karratu perfektuak ez direnen erro koadroak.

2. Garapen historikoa

Greziako aroa: elkarren artean neurgaitzak diren zuzenkien existentzia aldarrikatu zuten; Zenonen paradoxak.

XVI. mendea: Stevin-ek, Cardano-k eta Stifel-ek zenbaki irrazionalak erabiltzen zituzten arabiarren tradizioan.

XVII. eta XVIII. mendeak: Descartesek zenbaki irrazionalak onartzen zituen, kopuru jarraituak irudikatzeko. Wallis-ek π-rako adierazpenak egin zituen.

Euler-ek, Lambert-ek eta Legendre-k zenbait zenbakiren irrazionaltasuna frogatzeko saiakerak egin zituzten.

Bi mende horietan, zenbaki ezagunen eta seguruen ideia zuten buruan (zenbaki arruntena eta arrazionalena), eta, beste alde batetik, erroen bidez adierazitako irrazionalena; harago zeuden beste ezpaleko zenbakiak, hots, transzendenteak.

XIX. eta XX. mendeak: zenbaki errealaren kontzeptua (Weierstrass, Dedekind, Cantor). Oinarriak jartzeko arazoak.

3. Irakaskuntza-dekretuak ezagutzea

4. Ereduak eta irudikapenak

- Zenbakien eremuan, notazio hamartarraren sistema.
- Geometriaren eremuan, zuzen errealaren sistema eta luzeren neurketarena.

Zenbaki erreal guztiek dute adierazpen hamartarra. Tarte kateatuen bidez, zenbaki erreal bat zuzenean koka daiteke.

5. Materialak eta baliabideak

Eraikuntzak, erregelarekin eta konpasarekin, erro karratuak lortzeko. Ordenagailua edo kalkulagailua.

6. Erroreak eta zailtasunak

Jarraitutasun linealaren kontzeptuak eta infinituaren kontzeptuak zailtasunak, paradoxak eta kontraesanak eragiten dituzte.

7. Bibliografia

Ikasgaia: geometria analitikoa

1. Analisi fenomenologikoa

Geometria analitikoaren berezko fenomenoak aurretiaz egitura matematikoa baduten testuinguruetan azter daitezke soilik.

2. Garapen historikoa

- Aplonio eta konikak.
- XVII. mendea: kurbak dituzten problemekiko interesa. Descartesek eta Fermat-ek kurbak ikasteko eta irudikatzeko ahalmena eman zioten aljebrari.
- Konikak eta mugimenduak: Kepler, Newton, Leibniz.
- Hilbert-en fundamentazioa.

3. Dekretuak ezagutzea

4. Ereduak eta irudikapenak

Tresna baliagarria da testuinguru askotako problemak ebazteko. Aljebrako formulak geometriako hizkuntzatik aljebrako hizkuntzara iragateko urratsa egiten duten irudikapenetan oinarritu behar dira.

5. Materialak eta baliabideak

Sekzio konikoak, itzalak, irudiak, konikak irudikatzea eta softwarea.

6. Erroreak eta zailtasunak

Aljebrako adierazpenekin lan egitean, eragiketak egitean, sinplifikatzean, eta abar, zailtasunak sor daitezke, baita sistemak interpretatzean eta sistemak ebaztean ere.

Ikasgaia: funtzioak eta irudikapen grafikoa

1. Analisi fenomenologikoa

Aldakortasunak kualitatiboa izan behar du lehendabizi, eta, ondoren, kuantitatiboa. Fenomeno aldakorrak diskretuak edo jarraituak izan daitezke. Funtzioaren kontzeptuak balio du objektu mota asko antolatzeko.

2. Garapen historikoa

- Babilonia: gertakari astronomikoen behaketa, zenbakizko taulak.
- Grezia: proportzioaren ideia.
- Galileok saiakera bat egin zuen erlazio funtzionalak ezartzeko. Descartes eta Fermat.
- Newton eta Leibniz. Azken horren eskuizkribu batean agertzen da funtzio hitza.
- XVIII. mendea: Bernouilli eta Euler. Azken horri egozten zaio gaur egungo f(x) notazioa.
- Multzoen teoria sartzearekin batera, funtzio kontzeptua orokortu zen.

3. Dekretuak ezagutzea

4. Ereduak eta irudikapenak

Aldagaien arteko mendekotasuna adierazteko erak: ahozko deskribapena, taula, grafikoa eta formula. Grafikoak eta formulak hizkuntza osatuagoak dira. Mendekotasunaren ikuspegi orokorra ematen dute, hala kualitatiboa nola kuantitatiboa.

5. Materialak eta baliabideak

Shell Centre-ren materiala. Saiakuntzak egin, ontziak hustu eta bete, egunkariak, papera tolestu, istorio ezagunak (xakea). Softwarea.

6. Erroreak eta zailtasunak

Azcarate eta Dufoleu-k (1990) irudikapen grafikoaren errore hauek aipatu dituzte:

- Erroreak ardatzen graduazioan, unitateak trukatuz eta positiboak eta negatiboak alderantzikatuz.
- Koordenatuen hurrenkera alderantzikatzea.
- Erroreak koordenatu arrazionaleko puntuak irakurtzean eta interpretatzean.
- Zuzenki edo zuzen baten puntuak modu diskretu batean interpretatzea.
- Grafiko baten irakurketa ikonikoa (Janvier, 1978): grafikoa marrazki bat balitz bezala interpretatzean datza, eta aldagaien esanahia aldatuz egiten da.

- Puntuz puntuko interpretaziotik interpretazio global batera iragatearen zailtasuna.

Tall (1996): y = 4 ez dute funtziotzat hartzen, ez dagoelako x-ren menpe; $x^2 + y^2 = 1$ funtziotzat hartzen dute, ezagun egiten zaielako.

7. Bibliografia

Ikasgaia: estatistika

1. Analisi fenomenologikoa

Abiapuntua datuen erregistroak egitean. Eremu askotako gertakariei buruzko informazioa. Ondo informatutako herrritar batentzako inferentzia eta estimazio-egoerak kultura beharrezkoaren parte dira.

2. Garapen historikoa

- Erroldak: Txina, Egipto, Erroma, Errege Katolikoak (erroldatzeak).
- Abiapuntua: Graunt.
- Pascal eta Fermat.
- XVII. mendea: lehen aseguru-konpainiak eratu ziren.
- Bernouilli, Laplace eta Bayes.
- Pearson, Fisher.

3. Dekretuak ezagutzea

4. Ereduak eta irudikapenak

Ausazko gertakarien balizko lau irudikapenak hauek dira: ahozko adierazpena, zenbakizko taulak, irudikapen grafikoak, formulak eta lege orokorrak. Datuen analisi esploratorioa (Tukey). Software.

5. Materialak eta baliabideak

Inkestak eta lanak. Kalkulagailua, softwarea.

6. Erroreak eta zailtasunak

- Estepak (1990) lau kontzepzio desegoki identifikatu zituen elkartze-estatistikari buruz: kausazkoa, determinista, norabide bakarrekoa eta lokalista izatea.
- Bi talderen batezbestekoen arteko edozein desberdintasun esanguratsua dela sinestea.
- Lagin txikietan arrazoirik gabeko konfiantza izatea.

- Ausazko lagin baten tamaina populazioaren tamainarekiko independentea dela sinestea, oker.

9. jarduera: eman egindakoari buruzko iritzia; osatu egindakoa, eta egin falta diren ikasgaien analisi fenomenologikoa.

6. gaia. BATXILERGOKO UNITATE DIDAKTIKOEN DISEINUA, GARAPENA ETA EBALUAZIOA

6.1. Unitate didaktikoak eta curriculuma

6.2. Unitate didaktikoak

6.1. Unitate didaktikoak eta curriculuma

6.1.1. Atazak eta jarduerak

- Atazak: matematika ikasteko, irakasleek ikasleei proposaturiko ekintzak. Hots, testuliburuetan edo curriculumeko materialetan dauden ariketa edo problemak.
- Jarduerak: ataza eta ataza ebazten duenak garatutako ekintza kognitiboak; banakakoak edo ikasgelako kideen artekoak. Unitate didaktikoen muina dira. Atazen bidez, ikasleak proposatzen zaizkion helburu didaktikoak bereganatzen ditu. Matematikako ataza ohikoenak hauek ditugu: ariketak, esperientziak, ikerketak, problemak eta informazioa tratatzeko jarduerak. Jardueren proposamenak deskribapen batez lagunduta etorri behar du, eta, deskribapen horretan,honako aldagai hauek gehitu behar dira: taldekatzeak (talde osoa, talde txikia, banakako lana), espazioak (laborategia, ikus-entzunezko gela, liburutegia…), ikasleak zenbat denbora beharko duen atazarekin lortu nahi den ikasketa lortzeko, baliabide materialak. Atazak aukeratu egin behar dira, lortu nahi diren heziketa-helburuak agerian jartzeko.

Ataza baten ebazpenak eskatzen duen pentsamendu mota eta maila haren eskaera kognitiboa da. PISAn, hiru maila bereizten dira:

- Lehenengo maila (sinpleak): errepikatzezko eta errutinazko prozedurak. Ariketak, gutxi gorabehera ezagunak, zeinetan praktikatutako ezaguerak errepikatu behar diren (propietateak, errutinazko prozedurak, algoritmoak, eragiketa errazak).
- Bigarren maila (erreprodukziozkoak edo zuzenak): loturak eta loturak integratzea, problema estandarrak ebazteko. Interpretatzeko eskakizun handiagoak planteatzen dituzte, eta egoera beraren irudikapenen artean erlazioak ezartzea eskatzen dute.
- Hirugarren maila (loturazkoak edo hausnarketazkoak): arrazoibidea, argudioak, intuizioa eta orokortzeak, benetako problemak ebazteko (hausnarketa). Nolabait ulertzea eta gogoeta egitea

eskatzen dute, eta baita ezaguerak lotzeko edota kontzeptuak identifikatzeko nolabaiteko sormena ere. Orokortzeak eta emaitzak azaltzea edo justifikatzea eskatzen dute.

Ataza bat konplexuago bihurtzen da, baldin eta:

- Baldintzazko moduan idazten bada.
- Ikaslearen eguneroko bizitzatik urruntzen bada edo motibazio gutxiko testuinguruetan kokatzen bada.
- Laguntzazko irudikapenik egiten ez bada, ikasleak informazioa deskodetu egin behar baitu, landu aurretik.
- Ebazpen-prozesuan urrats bat baino gehiago egitea edo prozesu matematiko konplexuak ebaztea eskatzen bada, maila altuko trebetasunak garatuko direlakoan.
- Atazak eskatzen duen arrazoibideak “ideia zoriontsu” bat eskatzen badu.

6.1.2. Programazioak. Planifikazio mailak

- Gutxieneko irakaskuntzaren dekretua (Hezkuntza Ministerioa).
- Etapakako curriculumaren dekretua (autonomia-erkidegoa).
- Ikastetxeko curriculum-proiektua (ikastetxea).
- Ikasgelako programazioak edo unitate didaktikoak (irakasle-taldea).

Ikasgelako programazioak unitate didaktikoetan antolatzen dira; unitate didaktikoak, era berean, ikasturtea ebaluazioen arabera zatituz sortzen dira. Programazioko oinarrizko unitateak dira.

Ezaugarriak:

- Etapa osorako eta ikasturte osorako planteatu diren curriculum-xedeak uneren batean ikasgelan zehazteko dokumentua da.
- Irakaslearen eta ikaslearen lana gidatzeko eta irakasle-ikasleen arteko kontratu didaktikoa arautzeko oinarrizko dokumentua da.
- Ikastetxeko matematikako curriculuma osatzen da unitate didaktikoekin eta ikastetxeko curriculum-proiektuarekin.

Unitate didaktiko batean, gai bat jorratzen da, eta, horrenbestez, programazioa kapituluka jartzen da. Batxilergoko tratamendua diziplinakakoa izaten da, hots, diziplina bakar bat aukeratuz (matematika) antolatzen da.

6.2. Unitate didaktikoak

Unitate didaktiko bat osatzen duten atalak desberdinak dira egileen arabera; adibidez, taula honetan baditugu hiru egilek egindako proposamenak:

J. M. Goñi	I. Osta	Powers of Ten (berreketak)
1. Aurkezpena 2. Testuingurua 3. Helburu didaktikoak 4. Edukiak 5. Jarduerak 6. Ebaluazioa	1. Datu orokorrak 2. Sarrera 3. Curriculumean kokatzea 4. Justifikazioa 5. Unitate didaktikoak aurrera egiteko beharrezko ezaguerak 6. Ikasketa-helburuak 7. Jarduerak 8. Metodologia eta baliabideak 9. Ebaluazioa	1. Datu orokorrak: ikasgaia, gaia, maila 2. Testuingurua 3. Landutako oinarrizko gaitasunak 4. Helburu didaktikoak 5. Edukiak 6. Jardueren sekuentzia 7. Ebaluazioa

Guk hirugarren eredua (Powers of Ten) hautatuko dugu, eta, beraz, unitate didaktiko hori aztertzea gomendatzen dugu (http://www2.elkarrekin.org/web/powersoften).

- Helburu didaktikoak:

Helburua da ikasketa bat gauzatzea; gure ikasleek zer ikastea nahi dugun. Ikasgelan lantzeko proposatzen dira, eta ebaluazio-jardueren bidez egiazta daiteke helburuak lortu direla. Osagai hauek biltzen ditu: eduki zehatz baten inguruan ikasleek egin beharreko eragiketak, teknologia edo prozedura baten bidez, noraino iritsi behar duten adierazita.

Adibidea:

Kalkulatu, emandako datu batzuetatik abiatuz eta doikuntza egokia eginez, behatoki baten altueraren eta urteko batez besteko tenperaturaren arteko korrelazio maila, kalkulu-orri bat erabiliz eta balio horren interpretazioa emanez.

- Jardueren sekuentzia:

Ikaskuntza aktiboa gauzatzeko, ezinbestekoa da eredu didaktiko bat izatea, ikasgelako jarduera didaktikoa planifikatzeko eta antolatzeko. Eredu hori sekuentzia didaktikoa da.

Azken ekoizpen bat lortzera bideratutako jarduerak biltzen ditu, eta jarduera guztiak elkarrekin lotuta daude.

Sekuentzia didaktikoak, besteak beste, honako ezaugarriak hauek izaten ditu:

- Ikasgelan lantzeko unitatea eratzen du, eta hala identifikatu behar da.
- Bizitza errealari lotutako egoerak edo arazoak planteatzen ditu.
- Ikasleen bizitzari lotutako testuinguruak islatzen ditu.
- Badu ikaskuntza-helburu zehatza.
- Ebaluazio bat dakar berekin; izan ere, prozesuaren atal garrantzitsuetako bat da.
- Ikasitakoa beste egoera batzuetan baliatzeko aukera ematen du.

Jarduera didaktikoa planteatzeko modu horrek ikaskuntza-eduki bat baino gehiago biltzen du era koherente batean, ikaskuntza globalaren eta aktiboaren mesedetan, material askotan ikusten den eduki-zatiketatik ihesi; eta, horrenbestez, edukiei zentzua eta funtzionaltasuna ematen die. Ikasleek egiten ikasiko dute, baina eginez.

Bi motatako jarduerak bereizten dira: motibazio-jarduerak eta hasierakoak (antolaketa eta aurre-ebaluazioa, errepasoa), eta garapen-jarduerak. Jarduerak diseinatzerakoan, metodologia, baliabideak eta ebaluazioa ere aipatu behar dira.

- Ebaluazioa:

Lehenik eta behin, ikusi behar da ea unitate didaktikoan proposaturiko helburuak erdietsi dituzten ala ez. Helburuak zein bere aldetik ebaluatzen dira: helburu bakoitzeko ataza bat edo ebaluazio-tresna bat egokitzen da; ebaluazio-irizpideak finkatzen dira, eta aintzat hartzen da zer alderdi hartuko diren kontuan ikasketaren lorpena kalifikatzeko. Hasierako ebaluazioa, prozesuzkoa eta amaierakoa planteatzen dira. Ebaluatzeko gehien erabiltzen den tresna azterketa izan arren, ez da tresna bakarra izan behar. Erabil daitezke, halaber, proba objektiboak, behaketa sistematikoa, problema-egoerak, elkarrizketak eta talde-ebaluazioa (autoebaluazioa, koebaluazioa).

Helburu didaktikoa	Ebaluazio-irizpidea	Ebaluazio-tresna

- Aniztasuna: aniztasunaren trataerari eguneroko praktikatik erantzuten zaio, errefortzuekin, ahozko eta idatzizko testuen laguntzaekin, banakako arretarekin, eta abar. Programazioan

oinarrituz, ikasle guztiek lortu beharreko oinarrizko helburuak plantea daitezke, eta jomugak mailakatu, ikasle-tipologiaren arabera (irizpide-ebaluazioa).

Jarduerak:

Aztertu testuliburuetan proposatutako jarduerak, eta, horren karietara, komentatu Goñik emandako iritzi hau:

“Textos pesados redactados en el estilo axioma-definición-lema-teorema-corolario que se oponen al estilo anglosajón ejemplo motivador-resultados que se necesitan-actividades-aplicaciones” (Goñi, 123. or.)

BIBLIOGRAFIA:

- Alsina, C.; Burgués, C.; Fortuny, J. M.; Giménez, J. eta Torra, M. (1996). *Enseñar matemáticas*. Bartzelona. Graó.

- Azcárate, C.; Casadevall, M.; Casellas, E. eta Bosch, D. (1996). *Cálculo diferencial e Integral*. Madril. Síntesis.

- CD. *Desarrollo de las competencias básicas a través de las matemáticas*. Madril. Hezkuntza Ministerioa.

- *Matematikako Gaitasuna*. *Derrigorrezko Bigarren Hezkuntza*. Hezkuntza Saila.

- *Construcción de modelos matemáticos y resolución de problemas*. *Serie ciencias*. *Aulas de verano*. Madril. Hezkuntza Ministerioa.

- Corbalán, F. (1994). *Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato*. Madril. Síntesis.

- Chamorro, M. C. (koord.); Belmonte, J. M.; Bolon, J.; DÀmore, B.; Ruiz Higueras, L.; Sanchez, M. V.; Vecino, F. eta Vergnaud, G. (2001). *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas*. Madril. Hezkuntza Ministerioa.

- Gimenez Rodriguez, J. (1997). *Evaluación en Matemáticas*. *Una integración de perspectivas*. Madril. Síntesis.

- Gil Cuadra, F. (2000). *Marco conceptual y creencias de los profesores sobre evaluación en matemáticas*. Almería. Almeríako Unibertsitatea.

- Goñi, J. M. (koord.); Vicenc, F.; Godino, J. D. eta Planas, N. (2011). *Matemáticas. Investigación, innovación y buenas prácticas*. Bartzelona. Graó.

- Goñi, J. M. (koord.) (2011). *Didáctica de las Matemáticas*. Bartzelona. Graó.

- Goñi, J. M. (koord.); Barragués, J. I.; Callejo, M. L.; Fernández, J.; Fernández, S.; Font, V.; Muñoz, J.; Pujol, R. eta Torregrosa, G. (2011). *Matemáticas. Complementos de formación disciplinar*. Bartzelona. Graó.

- Lacasta, E. eta Pascual, J. R. (1998). *Las funciones en los gráficos cartesianos*. Madril. Síntesis.

- Moreno Carretero, M. F. (1998). *Didáctica de la Matemática en la Educación Secundaria*. *Manual para la formación inicial del profesorado de secundaria*. Almeríako Unibertsitatea.

- Rico, L. (koord.); Castro, E.; Castro, E.; Coriat, M.; Marín, A.; Puig, L.; Sierra, M. eta Socas, M. (1997). *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Bartzelonako Unibertsitatea.

- Rico, L. eta Lupiáñez, J. L. (2010). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madril. Alianza Editorial.