eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

Bero-transmisioa

Jose Luis Ayastuy Arizti

EUSKARAREN ARLOKO ERREKTOREORDETZAREN SARE ARGITALPENA

ISBN: 978-84-9082-029-2

Liburu honek UPV/EHUko Euskararen Arloko Errektoreordetzaren dirulaguntza jaso du

aurkibidea orria

1	Bero-transmisioaren oinarriak	1
1.1	Sarrera	1
1.2	Bero-transmisioaren abiadura-legea	2
1.3	Bero-transmisiorako mekanismoen sarrera	3
1.3.1	Eroapena	3
1.3.2	Konbekzioa	3
1.3.3	Erradiazio termikoa	5
1.4	Bero-transmisiorako mekanismo konbinatuak	6
1.5	Isolatzaileak	8
1.6	Energiaren iraupen legea	9
1.7	Tenperatura	9
1.8	Bero-transmisioan dimentsio gabeko zenbakiak	10
1.9	Propietate termofisiko garrantzitsuak	11
2	Eroapena egoera egonkorrean	13
2.1	Eroapenez bero-transmisioa, egoera egonkorrean	13
2.2	Eroapenez bero-transmisioaren adierazpen orokorra	16
2.3	Muga-baldintzak eta hasierako egoera	17
2.4	Geometriaren eragina	17
2.5	Erresistentzia termiko anitzeko sistemak	19
2.6	Isolamenduaren lodiera kritikoa	19
2.7	Ukipen-erresistentzia	20
2.8	Gainazal hedatuak: hegatsak	21
2.9	Gainazal hedatuaren analisia	22
2.9.1	Hegatsaren etekina	24
2.9.2	Hegatsaren eraginkortasuna	24
2.9.3	Hegatsaren luzera egokiena	25
2.10	Bero-sorrera	26
2.11	Norabide anitzeko eroapena: bi norabidekoa	27
2.11.1	Ebazpen grafikoa: forma-faktorea	27
2.11.2	Zenbakizko metodoak	29
2.11.2.1	Norabide bateko bero-transmisioa	30
2.11.2.2	Norabide biko bero-transmisioa	31
3	Eroapena egoera ezegonkorrean	33
3.1	Eroapenez bero-transmisioa egoera aldakorrean	33
3.2	Biot zenbakia (Bi)	33
3.3	Fourier zenbakia (Fo)	35
3.4	Parametro kontzentratuko sistemak: denbora konstantea	36
3.5	Parametro banatuko sistemak: norabide bateko bero-transmisioa	37
3.6	Parametro banatuko sistemak: norabide anitzeko bero-transmisioa	39
3.7	Parametro banatuko sistemak: solido erdi-infinituak	40
3.8	Zenbakizko metodoak	41
3.8.1	Norabide batekoa	41
3.8.2	Norabide bikoa	44

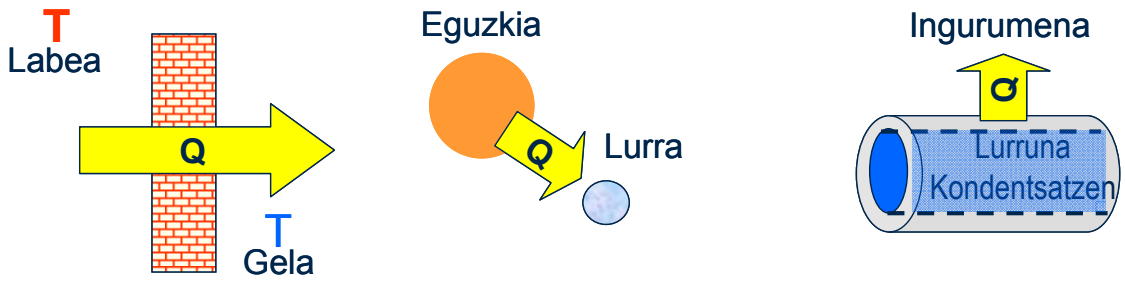
4	Konbekzioz bero-transmisioa	47
4.1	Konbekzioz bero-transmisioaren analisia: muga-geruza laminarra eta zurrunbilotsua	47
4.2	Newton-en legea	47
4.3	Nusselt zenbakia	49
4.4	Prandlt zenbakia	49
4.5	Propietate hedagarrien iraupen-legeak	51
5	Berezko konbekzioa	53
5.1	Berezko konbekzioa	53
5.2	Berezko konbekzioa inguramen itxietan	55
6	Eragindako konbekzioa	57
6.1	Eragindako konbekzioa	57
6.2	Kanpo-jarioan fenomeno ezaugarriak	57
6.3	Kanpo-jarioan eragindako konbekzioa	58
6.3.1	Xafla lau mehe isotermoa	58
6.3.2	Zilindro eta esfera isotermoak (zilindroarekiko jario perpendikularra)	59
6.3.3	Hodi sorten zeharreko jarioa	61
6.4	Barne-jarioa	63
6.4.1	Jario xaflakorra	65
6.4.2	Jario zurrunbilotsua	65
6.5	Eragindako konbekzioa	65
7	Bero-transmisioa fase-aldaketarekin	67
7.1	Bero-transmisioa fase-aldaketarekin	67
7.2	Irakitea	67
7.2.1	Ontziko irakitea	68
7.2.2	Jario-irakitea	70
7.3	Kondentsatzea	71
7.3.1	Mintzeko kondentsatzea	71
7.3.2	Tantetako kondentsatzea	72
8	Bero-trukagailuak	73
8.1	Bero-trukagailuak	73
8.2	Jariagaien entalpia-balantzeak	73
8.3	Bero-trukerako koefiziente osoa	74
8.4	Bero-trukagailuen eragiketa: zikintze-faktoreak	75
8.5	Bero-trukagailu motak	76
8.6	Bero-trukagailuen diseinua	78
8.6.1	Hodi zentrokideko bero-trukagailuen diseinurako TDBL metodoa	78
8.6.2	TDBL metodoan zuzenketa-faktorea	82
8.6.3	Hodi zentrokideko bero-trukagailuen diseinurako eraginkortsuna-ntu metodoa	83
9	Lurrungailuak	85
9.1	Lurrungailuak	85

9.1.1 Lurruntzean kontuan hartzeko gaiak 86
9.1.2 Lurrungailuaren ahalmena eta ekonomia 87
9.1.3 Lurrungailu motak 87
9.2 Masa- eta energia-balantzeak: lurrungailuaren diseinurako ekuazioak 88
9.3 Bero-transmisioa 89
9.4 Datu entalpikoak 89
9.5 Lurrungailu bakarrerako kalkuluak: adibidea 92
9.6 Efektu anitzeko sistemak 93
10 Erradiazio termikoa 97
10.1 Erradiazio termikoa 97
10.2 Gorputz beltzaren erradiazioa 97
10.3 Forma edo ikuspen faktorea erradiazio termikoan 99
10.4 Gainazal beltzen arteko bero-trukea erradiazioz 101
10.5 Itxitura bateko gainazal grisen arteko bero-trukea erradiazioz 102
10.6 Erradiaziozko bero-transmisiorako koefizientea 102

1
BERO-TRANSMISIOAREN OINARRIAK

1.1 SARRERA

Sistema bateko bi eremuren artean tenperatura-diferentzia badago, energiaren jarioa eratortzen da, tenperatura handiko eremutik tenperatura txikiko eremura. Termodinamikako kontzeptuen arabera, energia hori beroa da, eta tenperatura-diferentziak dirauen artean gertatzen den jarioa da. Bero-jarioaren dimentsioa energia/denbora da, hau da, potentzia. Hala, SI sistemako unitatea watt da (W).



1. irudia. *Bero-jarioaren hainbat adibide.*

1. irudian, bero-jarioaren hiru adibide erakusten dira. Tenperatura handian dagoen labe barrutik tenperatura txikiagoan dagoen ingurumenera gertatzen da; eguzkitik (tenperatura oso handiko eremua, 5700 K ingurukoa) Lurraren gainazalera (batez beste 290 K duena) gertatzen dena; hoditik darion lurrun beroa kondentsatzen denekoa.

Termodinamikak aztertzen ditu orekan dauden sistemak. Hala, sistema batek egoeraz aldatzeko behar duen energiaren berri ematen du termodinamikak, baina ez du ematen bero-transmisioaren abiaduraren eta mekanismoaren berri. Azken bi horiek bero-transmisioa izeneko fisikaren alorrak aztertzen ditu.

Sistema bateko bi eremuren arteko bero-transmisioa hiru mekanismoren bidez gerta daiteke: eroapenez, konbekzioz eta erradiazio termikoz. Sistema gehienetan, konbinatuta agertzen dira mekanismo desberdinak, aldi berean edo ondoz ondo. Inguru geldikor batean tenperatura gradientea dagoenean, eroapena gertatzen da, eta, era gordinean esateko, solidoetan gertatzen da bereziki. Konbekzioa izeneko

mekanismoz gertatzen da mugikortasuna duen jariagai baten muinaren eta gainazal baten arteko bero-transmisioa. Erradiazio termikoa, aldiz, uhin elektromagnetikoen bidez gertatzen da.

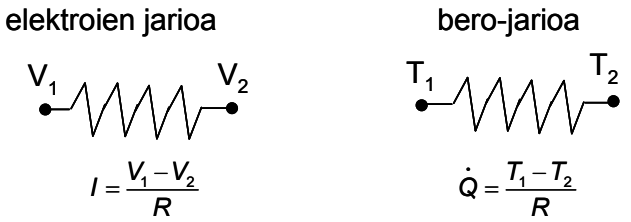
Planta kimikoetako hainbat ekiporen jardutea bero-transmisioarekin lotuta dago. Hala, erreaktore kimikoak eta destilagailuak berotu edo hoztu egin behar dira; lurrungailuei beroa eman behar zaie disolbatzailea lurruntzeko; hodiak eta ekipoak isolatu egiten dira berorik gal ez dezaten. Ekipo horiei beroa kendu edo emateko gailuen tamaina edo isolamenduaren gutxieneko lodiera kalkulatzeko, ezinbestekoa da bero-transmisioaren abiadura ezagutzea.

1.2 BERO-TRANSMISIOAREN ABIADURA-LEGEA

Hainbat prozesu fisikotan bezala, printzipio zinetikoa jarraitzen du bero-transmisiorako abiadurak. Printzipio horren arabera, sisteman eratortzen den bero-transmisioaren abiadura proportzionala da hura sortu duen indar eragilearekiko, eta alderantziz proportzionala sistemak berak bero-jarioari eskaintzen dion eragozpen edo erresistentziarekiko:

$$\dot{Q}\left(\frac{energia}{denbora}\right) = \frac{\Delta T}{R} = \frac{indar\ eragilea}{erresistentzia} \qquad (1.1)$$

Lege hori Ohmen legearen baliokidea da haritik darion elektrizitatearentzat, 2. irudian ikusten den analogiak azaltzen duen bezala: indar eragilea tentsioa da, eta erresistentzia, aldiz, haritik zirkulatzeko elektroiek duten oztopoa.



2. irudia. *Ohmen legearekin analogia.*

Lege zinetikoaren arabera, sistema bateko puntu guztiek tenperatura berdina badute, han oreka termikoa dago, eta ez da inolako bero-jariorik eratortzen. Aldiz, tenperatura-diferentziaren bat badago (hari dei diezaiogun ΔT), bero-jarioa eratortzen da: horregatik, tenperatura-diferentziari ***indar eragilea*** deritzo, bero-jarioa eragiten duen faktorea delako.

1.1 ekuazioko lege zinetikoaren arabera, tenperatura-diferentzia handiagoa den heinean, orduan eta abiadura handiagoz gertatzen da bero-jarioa. ***Erresistentzia***,

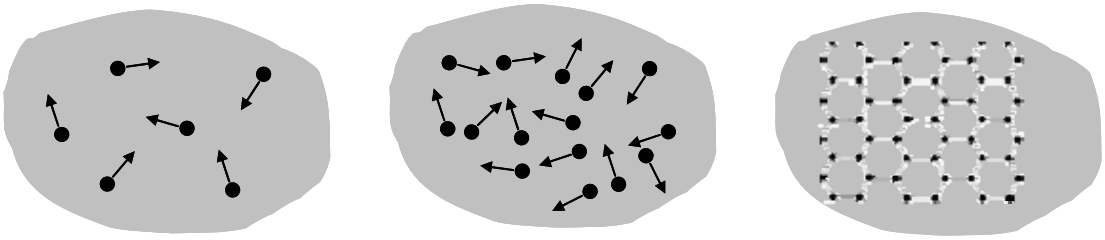
aldiz, sistemak bero-jarioari eskaintzen dion eragozpena da, eta mekanismoaren araberakoa da hori. Beraz, indar eragile berdinarekin bero-transmisiorako abiadura desberdinak egon daitezke, bi eremuen artean dagoenaren arabera.

Adibidez, dimentsio bereko altzairuzko eta zementuzko bi hormen artean, lehenengoan bero-jario handiagoa dago, zementua baino askoz ere eroale hobea delako, hau da, erresistentzia txikiagoa eskaintzen duelako.

1.3 BERO-TRANSMISIORAKO MEKANISMOEN SARRERA

1.3.1 Eroapena

Mekanismo hau molekulen arteko elkarrekintzekin erlazionatzen da. Kontuan hartu behar da mugikortasun- eta bibrazio-maila handitu egiten dela tenperatura handitzean: horrela, tenperatura txikiagoan dagoen materiari heltzen zaio tenperatura handiko materiak duen bibrazio-energia. Likidoetan eta gasetan, molekulen arteko talkek eta molekulen barreiatzeak sortzen dute. Solido ez-eroaleek ez dute elektroi askerik, eta egitura-sareko atomoen bibrazioek sortzen dute. Metalek, aldiz, elektroi askeak dituzte egitura-sarean. Halako sistemak eroale oso onak dira, sareko atomoen bibrazioez gain, elektroi askeen garraioa ere badutelako. 3. irudian ikus daiteke guztiaren azalpen grafikoa.

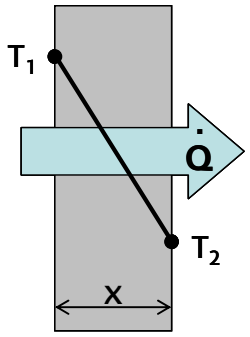


3. irudia. *Eroapena gasean, likidoan eta solidoan*.

Denbora unitateko (potentzia) Fourier-en legeak ematen du eroapenez transmititzen den beroa:

$$\dot{Q}_{eroap} = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} \qquad (1.2)$$

1.2 ekuazioa da norabide bateko transmisioaren adierazpen diferentziala, zeinetan T tenperatura, x bero-transmisioa gertatzen den norabidea, eta A bero-jarioarekiko elkarzuta den azalera baitira. Har dezagun 4. irudiko horma lauak bereizten dituela T_1 tenperaturan dagoen labe barrua eta T_2 tenperaturan dagoen gela, $T_1 > T_2$ izanez.



4. irudia. *x lodierako horma lau baten zeharreko bero-transmisioa eroapenez.*

Ez dago oreka termikorik, bi aurpegietako tenperaturak desberdinak direlako. $T_1 - T_2 = \Delta T$-ko indar eragilea dagoelako, bero-jarioa eratortzen da 1 aurpegitik 2 aurpegira. Sistema horretan 1.2 ekuazioko Fourier-en legea integratzean, honako adierazpen hau lortzen da:

$$\dot{Q}_{eroap} = k \cdot A \cdot \frac{T_1 - T_2}{\Delta x} = - \frac{\Delta T}{\left(\frac{\Delta x}{k \cdot A} \right)} \qquad (1.3)$$

1.1 ekuazioko lege zinetikoarekin alderatzen bada, ohartuko gara beroak horma zeharkatzeko gainditu behar duen erresistentzia lodierarekin handitzen dela eta azalerarekin txikitzen dela. Gainera, ikusten da eroankortasun termikoarekin (k) txikitzen dela. Beste hitz batzuetan esanda, eroankortasun termikoak adierazten du materialean zehar beroak jario dezan duen erraztasuna. Horrela, zenbat eta handiagoa den k, orduan eta handiagoa da bero-transmisioa, beste baldintza guztiak aldatzen ez badira.

k-ren dimentsioa da [energia/denbora]/[luzera·tenperatura-diferentzia], eta SIn W/m·K unitatean ematen da. Eroankortasun termikoa materialaren araberakoa da eta, gordinki esanez, $k_{solidoak} > k_{likidoak} > k_{gasak}$ erlazioa jarraitzen dute.

1.3.2 Konbekzioa

Mekanismo honekin gertatzen da jariagai baten muinaren eta gainazal solido baten arteko bero-transmisioa. Maila mikroskopikoan, molekulen ausazko mugimenduarekin gertatzen den bero-jarioa da, eta maila makroskopikoan, osotasunaren mugimenduak sortzen duena. Eroapenak eta jariagaiaren mugimenduak batera sortzen duen bero-jarioa da.

Newtonen Hozte Legeak ematen du T_S tenperaturan dagoen gainazal solido baten eta muina T_∞ tenperaturan duen jariagai baten artean konbekzioz garraiatzen den bero-jarioa (1.3 ekuazioa, potentzia dimentsioan):

$$\dot{Q}_{konbek} = h \cdot A_S \cdot (T_S - T_\infty) = - \frac{\Delta T}{\left(\frac{1}{h \cdot A_S} \right)} \qquad (1.4)$$

A_S solidoaren eta jariagaiaren arteko ukipen-gainazala da. h da bero-transmisiorako konbekziozko koefizientea, eta [energia/denbora]/[azalera ·tenperatura-diferentzia] dimentsioa du; SIn $W/m^2 \cdot K$ unitatea du.

1.4 ekuazioa lege zinetikoarekin alderatzen bada (1.1 ekuazioa), ohartuko gara bero-transmisiorako erresistentzia txikitu egiten dela azalerarekin eta konbekziozko koefizientearekin. Are gehiago, esperimentalki ikusten da jariagaian zenbat eta handiagoa izan turbulentzia, orduan eta erresistentzia txikiagoa eskaintzen duela, hau da, orduan eta h handiagoa duela. Halaber, jariagaiak fasez aldatzen duenean, irakiten duelako edo kondentsatzen delako, izugarri handitzen da bero-transmisioa.

Konbekzioa berezkoa edo eragindakoa izan daiteke, jariagaiaren mugimendua sortzen den moduaren arabera: lehenengoan, tenperatura-diferentzia eragiten duen dentsitate-diferentziak eratortzen du mugimendua, flotazio-indarrek sortua; bigarrenean, aldiz, kanpotik eragindako indarrek sortzen dute mugimendua, ponpa batek edo irabiagailu batek, adibidez.

Gordinki esanez, $h_{likidoak} \gg h_{gasak}$ erlazioa jarraitzen dute, likidoan askoz ere txikiagoak baitira molekulen arteko distantziak. Era berean, $h_{zurrunbilotsua} \gg h_{laminarra}$ da, eta $h_{fase-aldaketa} \gg h_{fase-bakarra}$.

1.3.3 Erradiazio termikoa

Materia orok energia igortzen du uhin elektromagnetikoen bidez, 0 K gainetik badago. Hori sortzen du materia osatzen duten atomoen elektroi-konfigurazio aldaketak. Eroapenak eta konbekzioak ez bezala, ez du euskarri materialik behar, hutsean ere garraia baitaitezke uhin elektromagnetikoak.

Stefan-Boltzmann-en legeak ematen du T_S tenperatura absolutua duen A_S azalerako gainazal batek erradiazio termikoz denbora unitateko igortzen duen beroa (potentzia):

$$\dot{Q}^{errad}_{\substack{igorri \\ max}} = \sigma \cdot A_S \cdot T_S^4 \qquad (1.5)$$

Gainazal beltz (ideal) batentzat, Stefan-Boltzmann-en ekuazioa da 1.5 ekuazioa; proportzionaltasun konstanteak $5{,}67 \cdot 10^8$ $W/m^2 \cdot K^4$ balioa hartzen du. Horrelako joera duten gainazalak idealak dira. Benetako aplikazioetako gainazalek, aldiz, gainazal beltzak igorriko zukeenaren zatikia besterik ez du igortzen. Halako sistemarentzat, honako hau da Stefan-Boltzmann-en ekuazioa:

$$\dot{Q}_{\substack{errad\\igorri}} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A_S \cdot T_S^4 \tag{1.6}$$

ε emisibitatea da eta $0 \leq \leq 1$ balioa hartzen du. Begi-bistakoa da gainazal beltzak $\varepsilon = 1$ duela.

T_S tenperaturan dagoen gainazalaren eta T_{ing} tenperaturan dagoen ingurumenaren artean, hau da erradiaziozko bero-jario garbia:

$$\dot{Q}_{\substack{errad\\garbia}} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A_S \cdot \left(T_S^4 - T_{ing}^4 \right) \tag{1.7}$$

Ekuazio honetatik laugarren mailako potentziak ken daitezke, erradiazio termikoz bero-transmisiorako koefizientea (h_{errad}) erabiltzen bada:

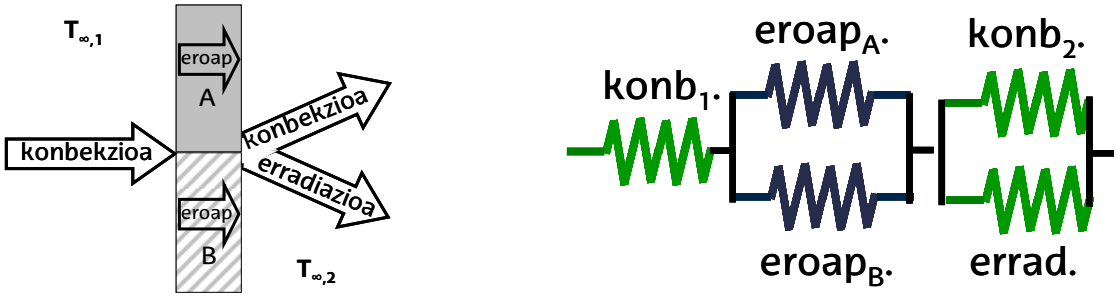
$$\dot{Q}_{\substack{errad\\garbia}} = h_{errad} \cdot A_S \cdot \left(T_S - T_{ing} \right) = \frac{\Delta T}{\left(\frac{1}{h_{errad} \cdot A_s} \right)} \tag{1.8}$$

$$h_{errad} = \frac{\varepsilon \cdot \sigma \cdot \left(T_S^4 - T_{ing}^4 \right)}{\left(T_S - T_{ing} \right)} \tag{1.9}$$

1.8 ekuazioa lege zinetikoarekin (1.1 ekuazioa) alderatzen bada, ohartuko gara bero-jarioak duen erresistentzia txikitu egiten dela gainazalaren azalerarekin eta erradiaziozko koefizientearekin. Era berean, ikus daiteke emisibitatearekin handitu egiten dela erradiaziozko koefizientea, 1.9 ekuazioak erakusten duen moduan.

1.4 BERO-TRANSMISIORAKO MEKANISMO KONBINATUAK

Sistema askotan, mekanismo bakar baten bitartez gertatzen da bero-transmisioaren zati handiena. Horren adibidea da material homogeneoko horma baten zeharreko bero-jarioa. Baina beste hainbat kasutan, aldi berean edo ondoz ondo ager daitezke bi edo hiru mekanismoak. Har dezagun 1.5(A) irudiko sisteman gela barruko tenperatura ($T_{\infty 1}$) eta kanpoaldean airearen muineko tenperatura ($T_{\infty 2}$) direla, eta egoera geldikorra lortu dela.



5. irudia. *Bero-transmisioan mekanismo konbinatuen adibidea (ezkerrean); erresistentzia-sarea (eskuinean).*

Baldintza horietan, honako bide hau egingo du beroak:

(i) Konbekzioz, gela barruko airearen muinetik hormaren barrualdeko gainazalera. Aldi berean, eroapenez eta erradiazioz ere gertatzen da jarioa, baina konbekzioa baino askoz ere maila txikiagoan. Hala ere, erradiaziozko eta konbekziozko koefizienteak konparatu beharko lirateke mekanismoren bat arbuiagarria den esateko.

(ii) Eroapenez hormaren barrena. Maila molekularrean horman ez dago materiaren mugimendurik; ondorioz, ezta konbekziorik ere. Erradiaziorik ere ez da solidoen muinean gertatzen. Horregatik, eroapenez bakarrik gertatzen da bero-transmisioa. Hormaren goialdea material batekoa bada eta behealdea beste material batekoa –biak eroankortasun termiko desberdinekoak–, bi bide hartuko ditu bero-jarioak, aldi berean.

(iii) Gainazaletik inguruetara aldi berean konbekzioz eta erradiazioz garraiatzen da.

Zirkuitu elektrikoen analogia jarraituz, erresistentzia-sarea gainditu beharko luke beroak 5. irudiko eskuinean.

Horrela kalkula daitezke seriean (ondoz ondo) eta paraleloan dauden (aldi bereko) erresistentzien baliokideak:

Seriean: $$R_{bal} = \sum R_i \tag{1.10}$$

Paraleloan: $$\frac{1}{R_{bal}} = \sum \frac{1}{R_i} \tag{1.11}$$

Bero-transmisiorako ekipoen diseinua egitean, beste era batera ematen da 1.1 ekuazioko lege zinetikoa:

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R} = U \cdot A_S \cdot \Delta T = \frac{\Delta T}{\left(\frac{1}{U \cdot A_S} \right)} \tag{1.12}$$

1.1 eta 1.12 ekuazioen esangura berdina denez, horrela uler daiteke 1.12 ekuazioa: bero-transmisioaren abiadura indar eragilearekin eta azalerarekin handitzen dela, eta bero-transmisioa gertatzeko duen erraztasunarekin handitzen dela. Azken horren berri ematen du bero-transmisiorako koefiziente osoak (U). Ohar gaitezen U dela erresistentzia osoaren alderantzizkoa, eta konbekziozko koefizientearen dimentsio berdina duela.

1.5 ISOLATZAILEAK

Ingeniaritza kimikoaren ikuspuntutik, bero-transmisioa gertatzen den sistema batean, aurkako bi helburu egon daitezke: bata, bero-transmisioa lagundu eta indartu nahi izatea, eta bestea, bero-jarioa eragotzi nahi izatea. Lehenengo kasua bero-trukagailuekin gertatzen da, eta 8. gaian azalduko da; bigarrena, aldiz, isolamenduen diseinuan.

Isolatzaile izenez ezagutzen da erresistentzia handia eskainiz bero-transmisioa oztopatzen duen materiala. Gehienetan, material solidoak erabiltzen dira, haiek manipulatzea errazagoa delako. Hortaz, eroankortasun termiko txikiena dutenak dira isolatzaile onenak, baina hura tenperaturarekin aldakorra izan daitekeelako, tenperaturarekin alda daiteke isolatzaile-gaitasuna.

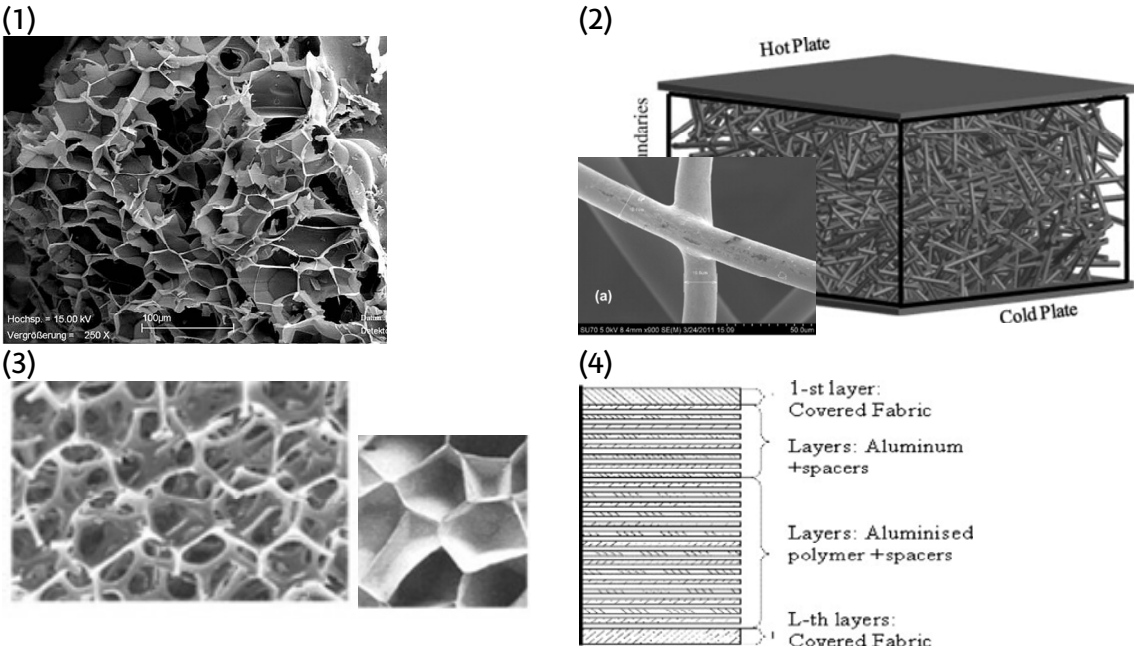
Isolatzaileak honako lau talde hauetan sailka daitezke (6. irudian erakusten dira adibideak):

(1) ***Partikulatuak.*** Material partikulatua da (perlita edo bermikulita izeneko mineralak). Bero-jariorako erresistentzia handia eskaintzen dute, partikulen arteko hutsuneak jariagaiez beteta daudelako (airea) eta partikulen arteko ukipen-gainazal txikia dutelako.

(2) ***Zuntz erakoak.*** Material zatien arteko ez-jarraitutasunean oinarritzen da haien isolatzaile-gaitasuna, zuntz desberdinen artean ukipen-gainazal txikia dutelako. Horien isolamendu-ahalmena txikitu egiten da zuntz-kontzentrazioarekin. Zuntzen arteko ukipen-gainazalak, orientazioak, eroankortasun-koefizienteak, zuntzen tarteko jariagaiaren koefizienteak, eta beste faktore batzuek alda dezakete horien isolamendu-gaitasuna.

(3) ***Zelularrak.*** Korapilo (zelula irekiak direnean) edo gainazal erako (zelula itxiak direnean) egituradun bits solidoak dira. Poroak jariagaiz beteta daude (airea, adibidez). Mota honetako material ugari dago naturan; adibidez, egurra edo kortxoa.

(4) ***Xafla anitzekoak*** (erradiaziorako isolatzaileak). Geruza anitzez osatzen dira: erradiaziozko bero-transmisioa murrizteko (aluminioa, adibidez) geruzen artean, eroankortasun termiko txikiko zuntz-geruzak dituzte tartekari moduan.



6. irudia. *Isolatzaileen sailkapena.*

1.6 ENERGIAREN IRAUPEN LEGEA

Termodinamikaren lehen legeak energiaren iraupena ezartzen du. Sistema ireki baterako (eta halakoak dira ingeniaritza kimikoaren esparruan diseinatzen diren ekipo gehienak) energiaren iraupen legeak zera dio:

$$\left(\begin{array}{c}\textbf{Sistemara}\\ \textbf{SARTZEN den}\\ \textbf{energia}\end{array}\right)+\left(\begin{array}{c}\textbf{Sisteman}\\ \textbf{SORTZEN den}\\ \textbf{energia}\end{array}\right)+\left(\begin{array}{c}\textbf{Sistemari}\\ \textbf{EMATEN zaion}\\ \textbf{beroa}\end{array}\right)=\left(\begin{array}{c}\textbf{Sistematik}\\ \textbf{IRTETEN den}\\ \textbf{energia}\end{array}\right)+\left(\begin{array}{c}\textbf{Sisteman}\\ \textbf{METATZEN den}\\ \textbf{energia}\end{array}\right)$$

Hainbat sistematan, energia mekanikoa arbuiagarria da entalpia-energiarekin alderatuz. Halakoetan, eta egoera iraunkorrean sisteman gertatzen den entalpia-aldaketa, bero eran islatzen da.

$$\dot{Q}=\dot{m}\left(h_2-h_1\right) \qquad (1.14)$$

1.7 TENPERATURA

Tenperatura da sistema baten barne-energiarekin erlazionatzen den dimentsioa. Atomo eta molekulen errotazio-, translazio- eta bibrazio-mugimenduek duten energiaren berri ematen du: horien batura handiagoa den heinean, sistema hori beroago dagoela behatzen da, eta tenperatura handiagoa duela esaten da.

Tenperatura adierazteko, unitate edo eskala desberdinak erabiltzen dira. 1. taulan agertzen dira haien arteko erlazioak. Ohar gaitezen 1 ºC-ko diferentziak 18 ºF-ko diferentzia ematen duela.

Tenperatura-neurgailuak printzipio fisiko desberdinetan oinarrituta egon daitezke. Hauek dira industrian eta laborategian erabiltzen direnetatik ohikoenak:

- *Termometroa*. Likido baten dilatazioa tenperaturarekin linealki aldatzean oinarritzen da.
- *Termobikotea*. Bi eroale desberdinen soldadura-puntuan tenperaturaren menpekoa den tentsio elektrikoa sortzen da, Seebeck efektuagatik. Tentsioa neurtzen da.
- *Termistorea*. Erresistentzia elektrikoa tenperaturarekin aldatzen den fenomeno fisikoan oinarritzen da. Hala, platinoaren erresistentzia elektrikoa nahiko lineala da tenperaturarekin -260 eta 1235 ºC tartean.
- *Pirometroa*. Tenperatura oso handiak neurtzeko gailua da, eta neurtu nahi den sistemak igortzen duen erradiazio termikoan oinarritzen da.

1. taula. *Tenperatura-eskalen arteko erlazioa*.

	ºC	K	ºF	Ra
ºC	-	(ºC)+273	1,8(ºC)+32	1,8(ºC)+491
K	(K)-273	-	1,8(K)-459	1,8(K)
ºF	[(ºF)-32]/1,8	[(ºF)+459]/1,8	-	(ºF)+459
Ra	[(Ra)-491]/1,8	(Ra)/1,8	(Ra)-459	-

1.8 BERO-TRANSMISIOAN DIMENTSIO GABEKO ZENBAKIAK

Ingeniaritza kimikoan erabilera zabala dute dimentsio gabeko zenbakiek. Aldagai desberdinak biltzen dituzten zenbakiak dira horiek, esangura fisikoa dutenak. Gehienetan, sistemako bi ezaugarriren zatiketa bezala agertzen da.

2. taulan azaltzen dira bero-transmisioan maiz erabiltzen diren dimentsio gabeko zenbakiak.

2. taula. *Bero-transmisiorako dimentsio gabeko zenbakiak.*

Biot:	$Bi = \frac{hL}{k_s}$	Bond:	$Bo = \frac{g(\rho_l - \rho_v)L^2}{\sigma}$
marruskadura zenbakia:	$C_f = \frac{\tau_s}{\rho V^2/2}$	Eckert:	$Ec = \frac{V^2}{c_p(T_s - T_\infty)}$
Euler:	$Eu = \frac{p}{\rho V}$	Fourier:	$Fo = \frac{\alpha t}{L^2}$
marruskadura faktorea:	$f = \frac{\Delta p}{(L/D)(\rho u_m^2/2)}$	Froude:	$Fr = \frac{V^2}{gL}$
Graetz:	$Gz = Re\,Pr\frac{D}{L}$	Grashof:	$Gr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}$
j Colburn:	$j_H = St\,Pr^{2/3}$	Jakob:	$Ja = \frac{c_p(T_s - T_{sat})}{h_{fg}}$
Lewis:	$Le = \frac{\alpha}{D_{AB}}$	Nusselt:	$Nu = \frac{hL}{k_f}$
Peclet:	$Pe = Re\,Pr = \frac{VL}{\alpha}$	Prandtl:	$Pr = \frac{c_p\mu}{k} = \frac{\nu}{\alpha}$
Reynolds:	$Re = \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{VL}{\nu}$	Rayleigh:	$Ra = Gr\,Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\alpha\nu}$
Schmidt:	$Sc = \frac{\nu}{D_{AB}}$	Sherwood :	$Sh = \frac{h_m L}{D_{AB}}$
Stanton:	$St = \frac{h}{\rho V c_p} = \frac{Nu}{Re\,Pr}$	Weber:	$We = \frac{\rho V^2 L}{\sigma}$

1.9 PROPIETATE TERMOFISIKO GARRANTZITSUAK

Bero-transmisioa aztertzeko erabiltzen diren ekuazioek eta adierazpenek honako propietate fisiko eta parametro hauek erabiltzen dituzte, besteak beste.

Bero espezifikoa, ***Cp*** edo ***Cv***

Substantzia baten masa-unitate baten tenperatura gradu bat igotzeko behar den energia da. SIko unitatea J/kg·K da. Hori presio konstantean neurtzen bada C_P deritzo, eta bolumen konstantean neurtzen bada, aldiz, C_V. Beste era batera esateko, $\Delta U = m \cdot C_V \cdot \Delta T$ eta $\Delta H = m \cdot C_p \cdot \Delta T$ dira, non U eta H barne-energia eta entalpia baitira, hurrenez hurren.

Gas idealetan *Cp = Cv + R* dela har daiteke. Sistema konprimaezinetan, aldiz, (likidoak eta solidoak) $Cp \approx Cv = C$ da.

Ahalmen termiko bolumetrikoa: $\rho \cdot Cp$

Sistema batek energia termikoa metatzeko duen gaitasuna da, bolumen-unitateko adierazia. SIn, $J/m^3 \cdot K$ unitatea du.

Barreiapen termikoa: α

Sistema batek eroapenez beroa garraiatzeko duen ahalmenaren eta energia metatzeko duenaren arteko erlazioa da:

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot C_p} = \frac{\text{eroandako beroa}}{\text{metatutako beroa}} \qquad (1.15)$$

SIn m^2/s unitatea du. Horrela, handiko materialak azkar erantzuten du aldaketa termikoen aurrean, eta txikikoak, aldiz, motel.

Fase-aldaketarako bero sorra: λ

Fasez aldatzen ari den osagaiaren mol (edo kg) bakoitzeko askatzen (edo xurgatzen) den energia da. Sistema batek inguramenarekin trukatzen duen energia bero sorra bada, ez du bere tenperatura aldatzen. Halako egoerak fase-aldaketetan gertatzen dira, eta bero-jario hau izaten da:

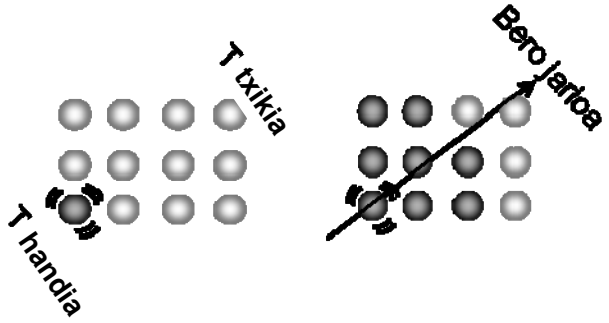
$$Q = \dot{m} \cdot \lambda \qquad (1.16)$$

2
EROAPENA EGOERA EGONKORREAN

2.1 EROAPENEZ BERO-TRANSMISIOA, EGOERA EGONKORREAN

Gorputz solidoen barrenean eta geldikor dauden likidoen muinean (gasetan askoz ere ahulago) gertatzen da, batez ere, eroapena. Molekulak elkarrekin nahasi gabe, molekulen artean gertatzen den mugimendu kantitatearen transferentziaren bidez gertatzen da eroapena, eta atomoen eta molekulen arteko energia-trukea adierazten du.

Sistema batean tenperatura gradientea badago, bero-transmisioa eratortzen da materiaren mugimendu makroskopikorik gertatu gabe. Eduki energetiko handieneko (tenperatura handieneko) molekulek aldamenetako eduki energetiko txikiagoko (tenperatura txikiagoko) molekulei ematen die haien energiaren zati bat, 1. irudian ikusten den bezala; prozesu hori jariagaietan zein solidoetan gertatzen da.



1. irudia. *Tenperatura handian dauden atomoen eta molekulen bibrazio-energia igarotzen zaie aldamenetako eta hotzago dauden atomo eta molekulei, bero-jarioa eratorriz.*

Jariagaien kasuan (gas zein likido), molekulak libreki mugitzen dira —talka molekularrak maiztasun handiz gertatzen dira, teoria atomikoak azaltzen duen bezala—. Horrela, likidoaren mugimendu makroskopikorik gertatu gabe, tenperatura

handiagoan dauden molekulen mugikortasuna handiagoa delako, talka gehiago jasaten dituzte, eta energia gehiago ematen die aldamenetako molekulei.

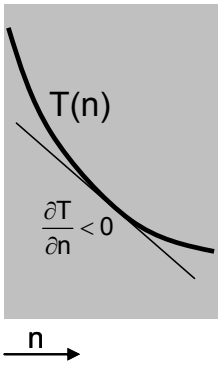
Solidoetan, sare-egituran finko dauden atomo zein molekulen artean ere gertatzen da, eta bibrazio-energia transmititzen zaie aldameneko molekulei. Solido guztietan gertatzen den mekanismo horretaz aparte, sare-egituran hutsuneak badaude, elektroiak libreki mugituko dira (metalak, adibidez), eta energiaren garraioa areagotuko da.

Esandakoaren arabera, argi ikusten da eroapenez gertatzen den bero-transmisioan euskarri materiala behar dela, eta berdin diola hori gas, likido zein solido egoeran egon. Hutsean, ordea, mekanismo horren bidez ezin daiteke berorik transmititu.

Sistema gaseoso edo likidoetan ere mekanismo hori gertatzen den arren, horrekin batera konbekziozko mekanismoa gertatzen da, batez ere materiaren nahastea gertatzen bada (sistema gehienetan). Azken mekanismo horren bidez transmititzen den beroa askoz ere handiagoa da eroapenez transmititzen dena baino. Horregatik, solidoentzat bakarrik izango dira hemendik aurrerako azalpenak.

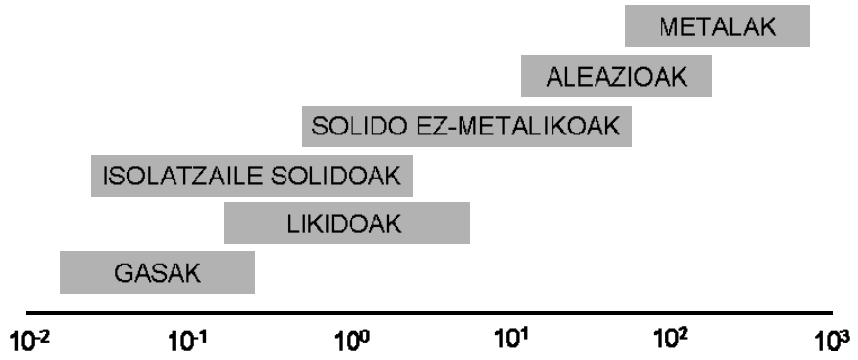
$$\dot{Q}_n = -k \cdot A_n \cdot \frac{\partial T}{\partial n} \qquad (2.1)$$

Eroapenaren lege nagusia (2.1 ekuazioa) Fourierrek eman zuen, eta zera dio: norabide batean gertatzen den bero-transmisioa proportzionala da norabide horretako tenperatura-gradientearekiko eta azalerarekiko (ikus 2. irudia). Proportzionaltasun konstanteari eroankortasun termikoa deritzo.



2. irudia. *Solido baten muinean, tenperatura gradientea n norabidean*.

1. gaian aipatu den moduan, materialek eroankortasun termiko desberdinak dituzte, eta horiek, gainera, tenperaturaren mendekoak izan daitezke. 3. irudian ikus daiteke material desberdinen eroankortasun termikoaren ohiko balio-tartea.



3. irudia. *Inguru-tenperaturan eta presioan, hainbat materialen eroankortasun termikoaren balio-tartea (W/m·K).*

Eroankortasun termikoa tenperaturaren araberakoa da. Material batzuentzat, tenperatura handitzean, handitu egiten da; beste batzuentzat, ordea, txikitu egiten da. Lehen portaera daukate, adibidez, kuartzoak, altzairuak, glizerinak eta gas gehienek. Bigarren portaera, aldiz, wolframioak, kobreak eta amoniakoak daukate, besteak beste.

Tenperatura-tartea oso zabala ez bada, mendetasun polinomikoa edo lineala erabil daiteke tenperaturekin:

$$k=a+b\cdot T \qquad (2.2)$$

a eta b, material bakoitzaren konstante ezaugarriak dira.

- b = 0 eroankortasun termikoa konstantea da tenperatura-tartean.
- b › 0 eroankortasun termikoa handitu egiten da tenperatura handitzean.
- b ‹ 0 eroankortasun termikoa txikitu egiten da tenperatura handitzean.

Aplikazio batzuetan, T_1 eta T_2 lan-tenperaturaren tarte osorako batez besteko eroankortasun termikoa ($\bar{k}$) erabil daiteke, eta horrela kalkulatzen da:

$$\bar{k}=\frac{\int_{T_1}^{T_2} k(T)dT}{T_2-T_1} \qquad (2.3)$$

Materialaren egituraren arabera, norabidearekin alda daiteke eroankortasun termikoa, zuntzetan edo konpositeetan, adibidez. Orduan, norabide horri dagokiona izan behar da 2.1 ekuazioan erabili behar den k. Halako materialei anisotropiko deritze. Hala ere, material homogeneo gehienak isotropikoak dira, hau da, k uniformea dute norabide guztietan.

2.2 EROAPENEZ BERO-TRANSMISIOAREN ADIERAZPEN OROKORRA

Koordenatu kartesiarretan, honela idatz daiteke energiaren iraupen legea bolumen elementu batentzat:

$$\begin{pmatrix}\text{tunitateko}\\ \text{bero-jarioa}\\ x,y,z\text{puntuan}\\ \text{eroaketaz}\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\text{tunitateko}\\ \text{bero-jarioa}\\ x+\Delta x,y+\Delta y,z+\Delta z\text{puntuan}\\ \text{eroaketaz}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\text{tunitateko}\\ \text{elementuaren}\\ \text{muinean}\\ \text{bero sorrera}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\text{tunitateko}\\ \text{energia-edukiaren}\\ \text{aldaketa}\\ \text{elementuan}\end{pmatrix}$$

Materiaren muinean beroa sor edo xurga daiteke, erreakzio kimikoengatik zein nuklearrengatik, korronte elektrikoa dagoelako, eta abar. Erabilera gehienetan, elementuaren bolumen unitateko ($\dot{g}_{sortu}$) sortzen da beroa.

Materiaren batez besteko bero espezifikoa (C) erabiltzen bada, honako ekuazio orokor hauek lortzen dira eroapenez gertatzen den bero-transmisiorako, koordenatu-sistema desberdinetan.

Kartesiarra: $$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\dot{g}_{sortu}=\rho\cdot C\cdot\frac{\partial T}{\partial t} \qquad (2.4)$$

Zilindrikoa: $$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(k\cdot r\cdot\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\cdot r\cdot\frac{\partial T}{\partial \phi}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\cdot\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\dot{g}_{sortu}=\rho\cdot C\cdot\frac{\partial T}{\partial t} \qquad (2.5)$$

Esferikoa: $$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(k\cdot r^2\cdot\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\cdot\frac{\partial T}{\partial \phi}\right)+ +\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(k\cdot\sin\theta\cdot\frac{\partial T}{\partial \theta}\right)+\dot{g}_{sortu}=\rho\cdot C\cdot\frac{\partial T}{\partial t} \qquad (2.6)$$

Honako egoera hauek aurki daitezke (koordenatu kartesiarretik eratorria):

Material isotropikoa: $$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{\dot{g}_{sortu}}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \qquad (2.7)$$

+ Egoera iraunkorra: $$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{\dot{g}_{sortu}}{k}=0 \qquad (2.8)$$

+ Bero-sortzerik ez: $$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=0 \qquad (2.9)$$

+ Norabide bakarra: $$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=0 \qquad (2.10)$$

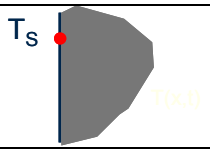
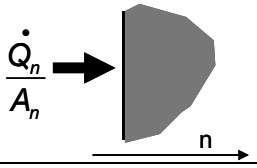
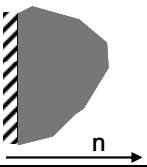
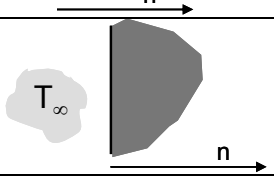
Adierazpen horiek integratzeko, sistema bakoitzeko muga-baldintzak ezagutu behar dira. Era berean, egoera ez-iraunkorreko sistema baterako hasierako egoera ezagutu

behar da. Ekuazio horiek ematen dizkigute bero-transmisioa eroapenez gertatzen den sistema batean garatzen diren tenperatura-profilak, integratu ondoren.

2.3 MUGA-BALDINTZAK ETA HASIERAKO EGOERA

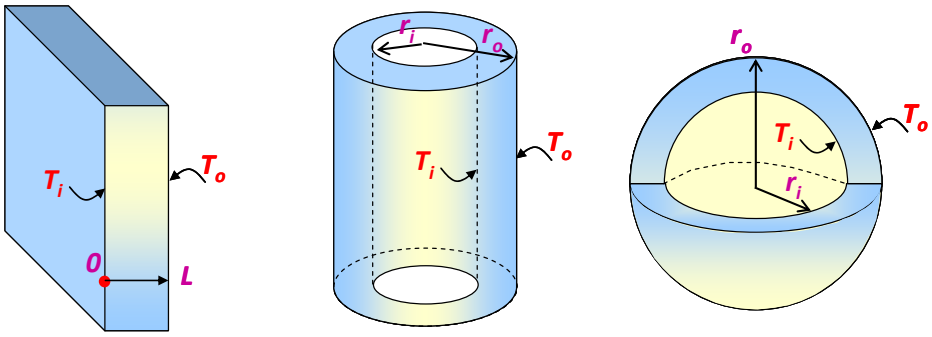
Gainazal bati dagokionez, energiaren iraupen legearen arabera, gainazaletik irteten den bero-jarioaren berdina da gainazalera sartzen dena. Bero-transmisioan hainbat muga-baldintza aurki daitezke, eta 2.1 taulan azaltzen dira. Azalpenak koordenatu kartesiarrentzat emanda daude. Sistemako puntu bakoitzak $T(x,y,z,t)$ tenperatura izango du t denbora unean.

2.1 taula. *Gainazal bateko muga-baldintzak, eroapena dagoenean*.

Egoera	Muga-baldintza	
Gainazaleko tenperatura jakina	$T(0,t)=T_S$	
Gainazaleko bero-jario jakina	$-k_n \left.\frac{\partial T}{\partial n}\right\|_{n=0} = \frac{\dot{Q}_n}{A_n}$	
Gainazal adiabatikoa (oso ondo isolatuta)	$-k_n \left.\frac{\partial T}{\partial n}\right\|_{n=0} = 0$	
Gainazalean konbekzioz edo erradiazioz bero-transmisioa	$-k_n \left.\frac{\partial T}{\partial n}\right\|_{n=0} = h\cdot(T_\infty - T(n=0,t))$	

2.4 GEOMETRIAREN ERAGINA

Norabide bakar baten eroapenez gertatzen den bero-transmisioan, desberdina da sistemaren geometriaren arabera Fourierren ekuazioan erabili beharreko azalera. Har dezagun egoera egonkorra dela, berorik ez dela sortzen, eta materialaren eroankortasun termikoa ez dela aldatzen tenperaturarekin ($\bar{k}$). Horma lauan, zilindro hutsean eta esfera hutsean, horrela eratorriko dira Fourierren ekuazioan erabili beharreko azalerak.



4. irudia. *Horma lauan, hodi hutsean eta esfera hutsean zehar aldagai esanguratsuak eroapenezko bero-transmisioan.*

Har dezagun eroapenez bero-jarioa x norabidean gertatzen dela horma lauan, eta erradioaren (r) norabidean zilindro hutsean eta esfera hutsean:

Horma lauan:

$$\dot{Q}_X = -\bar{k}\cdot A(x)\cdot\frac{dT}{dx} \tag{2.11}$$

Zilindro eta esfera hutsetan:

$$\dot{Q}_r = -\bar{k}\cdot A(r)\cdot\frac{dT}{dr} \tag{2.12}$$

Horma lauan A(x) ez da aldatzen jarioaren noranzkoan, konstantea baita. 2.11 ekuazioa integratuz:

$$\dot{Q}_X\cdot\int_{X_1}^{X_2}\frac{dx}{A} = -\bar{k}\cdot\int_{T_1}^{T_2} dT \quad ; \quad \dot{Q}_X = -A\cdot\frac{\bar{k}\cdot(T_2-T_1)}{X_2-X_1} \tag{2.13}$$

Zilindro hutsean jarioaren noranzkoan $A(r)=2\cdot\pi\cdot r\cdot L$ delako, 2.12 ekuazioa integratuz:

$$\dot{Q}_r\cdot\int_{r_i}^{r_o}\frac{dr}{2\cdot\pi\cdot r\cdot L} = -\bar{k}\cdot\int_{T_i}^{T_o} dT \quad ; \quad \dot{Q}_r = -A_{BL}\cdot\frac{\bar{k}\cdot(T_o-T_i)}{r_o-r_i} \tag{2.14}$$

Horrela definitzen da azaleren batez besteko logaritmikoa (A_{BL}):

$$A_{BL} = \frac{A_o-A_i}{\ln\left(\frac{A_o}{A_i}\right)} = 2\cdot\pi\cdot L\cdot\frac{(r_o-r_i)}{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)} \tag{2.15}$$

Esfera hutsean jarioaren noranzkoan $A(r)=4\cdot\pi\cdot r^2$ delako, 2.12 ekuazioa integratuz:

$$\dot{Q}_r\cdot\int_{r_i}^{r_o}\frac{dr}{4\cdot\pi\cdot r^2} = -\bar{k}\cdot\int_{T_i}^{T_o} dT \quad ; \quad \dot{Q}_r = -A_{BG}\cdot\frac{\bar{k}\cdot(T_o-T_i)}{r_o-r_i} \tag{2.16}$$

Azaleren batez besteko geometrikoa (A_{BG}) horrela definitzen da:

$$A_{BG} = (A_o\cdot A_i)^{1/2} = 4\cdot\pi\cdot r_o\cdot r_i \tag{2.17}$$

2.5 ERRESISTENTZIA TERMIKO ANITZEKO SISTEMAK

Erresistentzia anitzeko sistemetan, seriean edo paraleloan egon daitezke haiek. Hala, honako hauek dira geometria desberdinetarako sistementzako erresistentzia baliokideak, seriean kokatutako N erresistentzia badaude:

Horma lauan: $$R_{bal}=\sum_{i=1}^{N}\frac{\Delta x_i}{k_i\cdot A} \qquad (2.18)$$

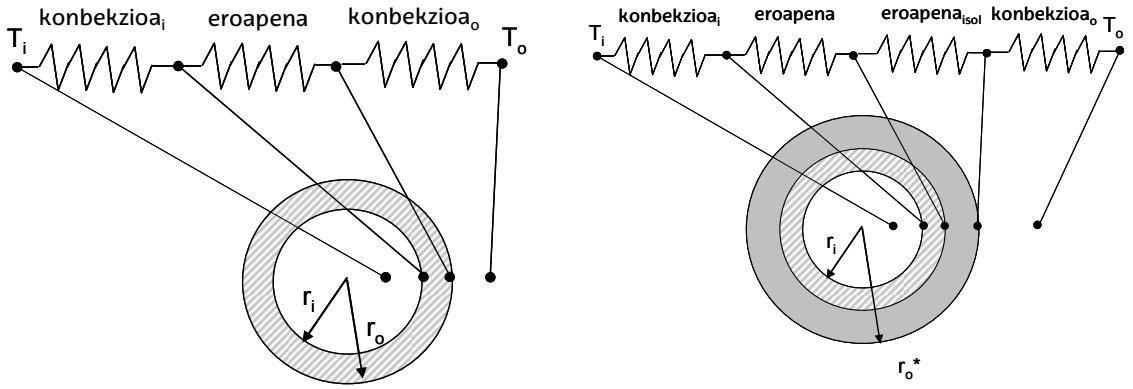
Zilindro hutsean: $$R_{bal}=\sum_{i=1}^{N}\frac{\Delta r_i}{k_i\cdot A_{BL,i}} \qquad (2.19)$$

Esfera hutsean: $$R_{bal}=\sum_{i=1}^{N}\frac{\Delta r_i}{k_i\cdot A_{BG,i}} \qquad (2.20)$$

Haietakoren bat paraleloan balego, $\frac{1}{R_{bal}}=\sum\frac{1}{R_i}$ eginez paraleloan dauden erresistentzien baliokidea kalkulatuko litzateke.

2.6 ISOLAMENDUAREN LODIERA KRITIKOA

Har dezagun indar eragilea dagoela zilindro huts baten barrualdeko jariagaiaren muinaren artean (T_i) eta kanpoaldeko jariagaiaren muinaren (T_o) artean.



5. irudia. *Zilindro (esfera) huts baten bero-transmisiorako erresistentziak (A) isolamendurik gabe; (B) isolamenduarekin.*

Hala, honako hau da bi jariagaien muinen arteko bero-transmisioa:

$$\dot{Q}=\frac{T_i-T_o}{\frac{1}{h_i\cdot A_i}+\frac{\Delta r}{k\cdot A_{BL}}+\frac{1}{h_o\cdot A_o}} \qquad (2.21)$$

Ohar gaitezen, esferaren kasuan, A_{BG} erabili behar dela A_{BL}-ren ordez.

Zilindro hutsaren gainean isolamendua jartzean, isolatzaile-geruzak erantsitako erresistentzia gehitu behar da. Ohar gaitezen kanpoaldeko azalera A_o^*, isolamendurik gabe zegoenekoaren desberdina dela.

$$\dot{Q} = \frac{T_i - T_o}{\frac{1}{h_i \cdot A_i} + \frac{\Delta r}{k \cdot A_{BL}} + \left(\frac{\Delta r}{k \cdot A_{BL}}\right)_{isol} + \frac{1}{h_o \cdot A_o^*}} \tag{2.22}$$

Isolatzean, bi efektu kontrajarri gertatzen dira:

(1) Alde batetik, isolamenduaren erresistentzia gehitzen zaiola (isolatzailean eroapenari dagokiona).

$$R^*_{eroapena} = \frac{\Delta r}{k \cdot A_{BL}} + \left(\frac{\Delta r}{k \cdot A_{BL}}\right)_{isol} \tag{2.23}$$

(2) Beste batetik, kanpoalderako azalera handitzen dela, eta harekin, konbekziozko (edo erradiaziozkoarekin konbinaturiko) erresistentzia txikitzen dela.

$$A_o^* > A_o \tag{2.24}$$

Horrelako sistemek isolamenduaren lodiera kritiko bat dute, zeinetan bero-transmisio maximoa gertatzen baita, isolamendurik gabe gertatzen dena baino handiagoa. Lodiera kritikoa baino isolamendu lodiagoak jartzean, aldiz, bero-transmisioa txikitu egiten da isolamenduaren lodiera handitzean.

Isolamenduaren lodiera kritikoak dira k/h_o eta $2k/h_o$, zilindroentzat eta esferentzat, hurrenez hurren; eta k isolamenduaren eroankortasun termikoa eta h_o kanpoalderako konbekziozko (edo erradiaziozkoarekin konbinaturiko) koefizienteak.

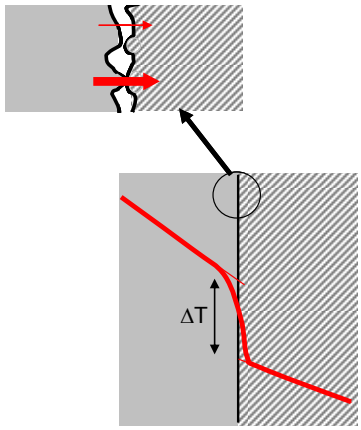
2.7 UKIPEN-ERRESISTENTZIA

Material-geruza desberdinen arteko ukipena ez da bete-betea izaten; hau da, ukipenik gabeko eremuak sortzen dira maila mikroskopikoan. Haietan dago airea edo solidoak murgilduta dauden jariagaia, eta haren eroankortasun termikoa material solidoarena baino txikiagoa izatean, bero-transmisiorako erresistentzia gehigarria eskaintzen dute, ukipen-erresistentzia izenekoa, $h_{ukipena}$ ukipen-koefizientearen bidez adierazten dena.

Bi materialen ukipen-gainazalean T tenperatura-jauzia behatzen bada, horrela estima daiteke ukipen-koefizientea:

$$h_{ukipena} = \frac{\dot{Q}}{A_{ukipena} \cdot \Delta T_{faseartean}} \qquad (2.25)$$

Ukipen-erresistentzia hau gehitu beharko zaio sistemako erresistentzia osoari, baldin eta haren ekarpena esanguratsua bada.



6. irudia. *Bi solido-geruzen arteko ukipena.*

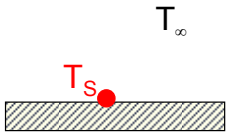
Honako aldagai hauek eragiten dute ukipen-erresistentziaren gain:

- Gainazalaren zimurtasunak.
- Materialaren propietateak.
- Ukipenaren tenperaturak eta presioak.
- Bi gainazalen artean harrapatutako jariagai motak.

Ukipen-erresistentzia gutxitu daiteke ore koipetsu eroaleak erabiliz (silikona), tartean eroale oneko material baten orri mehea jarriz (aluminioa, kobrea, zilarra...) edo ukipen-presioa handituz.

2.8 GAINAZAL HEDATUAK: HEGATSAK

Hegatsa da gainazal solidoaren eta ukitzen duen jariagaiaren arteko bero-transmisioa handitzeko erabiltzen den egitura. 7. irudiko adibidean, bi aukera daude gainazal solidoaren eta jariagai-muinaren arteko bero-jarioa handitzeko: edo zurrunbiloak sortu h handitzeko, edo bien ukipen-azalera handitu. Hegatsen helburu nagusia bigarren irtenbidea ematea da.



7. irudia. *T_S tenperatura daukan gainazala eta T_∞ muineko tenperaturan dagoen jariagai baten ukipena*.

Profil askotako hegatsak erabiltzen dira, aplikazioen arabera. Hala nola, profil karratukoak, profil parabolikokoak, profil zirkularrekoak.... Gainazalean antolatzen diren moduaren arabera, luzetara kokatuak edo erradialki kokatuak izan daitezke.

2.9 GAINAZAL HEDATUAREN ANALISIA

Egoera iraunkorrean diharduen, bero-sorrerarik ez duen eta eroankortasun termiko konstantedun hegats bateko bolumen-elementuan energia-balantzea egiten bada:

$$\begin{bmatrix}\text{x-en}\\ \text{eroapenez}\\ \text{sartzen den}\\ \text{beroa}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\text{x+}\Delta\text{x-en}\\ \text{eroapenez}\\ \text{irteten den}\\ \text{beroa}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\text{Bolumen elementutik}\\ \text{konbekzioz}\\ \text{irteten den}\\ \text{beroa}\end{bmatrix}$$

$$\dot{Q}_{eroap,X+\Delta X}-\dot{Q}_{eroap,X}+h\cdot P\cdot\Delta x\cdot\left(T-T_\infty\right)=0 \qquad (2.26)$$

Bolumen-elementuaren perimetroa P bada, $P=\frac{\Delta A_{konbek}}{\Delta x}$ erlazioa 2.26 ekuazioan ordezkatzen bada:

$$\frac{\dot{Q}_{eroap,X+\Delta X}-\dot{Q}_{eroap,X}}{\Delta x}+h\cdot P\cdot\left(T-T_\infty\right)=0 \qquad (2.27)$$

Bolumen-elementu oso mehea hartuz:

$$\frac{d}{dx}\left(k\cdot A_{eroap}\cdot\frac{dT}{dx}\right)-h\cdot P\cdot\left(T-T_\infty\right)=0 \qquad (2.28)$$

Ohar gaitezen hegatsaren luzeraren araberakoak direla bai perimetroa eta bai eroapenerako azalera. Gainera, hegatsaren gainazaleko puntu bakoitzean desberdina da konbekziozko koefizientea (tenperaturak eta fluxu-baldintzak desberdinak direlako). Hori dela eta, batez besteko koefizientea ($\bar{h}$) erabili behar da hegats osoan.

$$\frac{d}{dx}\left(k\cdot A_{eroap}\cdot\frac{dT}{dx}\right)-\bar{h}\cdot P\cdot\left(T-T_\infty\right)=0 \qquad (2.29)$$

2.29 ekuazioa integratuz:

$$\frac{d^2T}{dx^2}+\left(\frac{1}{A_{eroap}}\frac{dA_{eroap}}{dx}\right)\frac{dT}{dx}-\left(\frac{1}{A_{eroap}}\cdot\frac{\bar{h}}{k}\cdot\frac{dA_{konbek}}{dx}\right)\left(T-T_\infty\right)=0 \qquad (2.30)$$

Hegatsaren luzerarekin perimetroa aldatzen ez den hegatsarentzat (sekzio zilindrikoa, adibidez), honako itxura hau hartzen du energia-balantzeak:

$$\frac{d^2T}{dx^2}-\left(\frac{\bar{h}\cdot P}{A_{eroap}\cdot k}\right)(T-T_\infty)=0 \qquad (2.31)$$

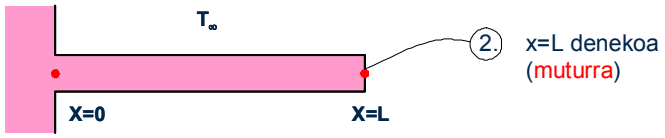
Hegatseko tenperaturaren eta jariagaiaren muineko tenperaturaren arteko diferentziari tenperatura soberakina esaten zaio ($\theta(x)=T(x)-T_\infty$), eta $m^2=\frac{\bar{h}\cdot P}{A_C\cdot k}$:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2}-m^2\cdot\theta=0 \qquad (2.32)$$

2.32 ekuazioa bigarren ordenako ekuazio diferentzial lineal homogeneoa da, eta honako hau da bere ebazpen analitikoa:

$$\theta(x)=C_1\cdot e^{m\cdot x}+C_2\cdot e^{-m\cdot x}=B_1\cdot\sinh(m\cdot x)+B_2\cdot\cosh(m\cdot x) \qquad (2.33)$$

C_1 eta C_2 konstanteak lortzeko, muga-baldintzak behar dira. 2.8 irudiko perimetro konstanteko hegatsaren oineko tenperatura soberakinari θ_{oin} izena emanez, honako lau kasu berezi gerta daitezke.



(2.34)

8. irudia. *Perimetro konstanteko hegatsa.*

Muga-baldintza	θ/θ_{oin}	$\dot{Q}_{hegats}$
Hegats oso luzea:	$e^{-m\cdot x}$	M
Hegatsaren muturra isolatua (adiabatikoa):	$\frac{\cosh m\cdot(L-x)}{\cosh m\cdot L}$	$M\cdot\tanh m\cdot L$
Hegatsaren muturreko tenperatura finkoa:	$\frac{(\theta/\theta_s)\sinh m\cdot x+\sinh m\cdot(L-x)}{\sinh m\cdot L}$	$M\cdot\frac{\cosh m\cdot L-(\theta_L/\theta_{oin})}{\sinh m\cdot L}$
Hegatsaren muturrean konbekzioa edo erradiazioa:	$\frac{\cosh m\cdot(L-x)+(\bar{h}/m\cdot k)\cdot\sinh m\cdot(L-x)}{\cosh m\cdot L+(\bar{h}/m\cdot k)\cdot\sinh m\cdot L}$	$M\cdot\frac{\sinh m\cdot L+(\bar{h}/m\cdot k)\cdot\cosh m\cdot L}{\cosh m\cdot L+(\bar{h}/m\cdot k)\cdot\sinh m\cdot L}$

Non $M=\sqrt{\bar{h}\cdot P\cdot k\cdot A_{eroak}}\cdot\theta_{oin}$

θ/θ_{oin} adierazpenak tenperatura profila ematen baitu hegatsaren luzeran zehar. $\dot{Q}_{hegats}$ hegats osoan gertatu den bero-transmisioa da.

Hegats oso luzea (luzera infinitua) ez da hurbilketa egokiena. Askoz egokiagoa da mutur adiabatikodun hegatsa, zeren muturreko azalera hegats osoaren azaleraren zatiki txiki bat izanik, handik kanporatzen den beroa arbuiagarritzat har baitaiteke.
Maiz agertzen den hegats mota da muturretik konbekzioz (edo erradiazioarekin konbinatuta) beroa transmititzen denekoa. Horrelako kasua zehatz-mehatz ebazterakoan, erabilera astuneko ekuazioak lortzen dira tenperatura profilerako eta transmititutako berorako. Halakoa gertatzen denean, hegatsaren luzera zuzendua erabiliz, mutur adiabatikoko hegats bezala ebatz daiteke.

$$L_{zuzendua} = L + \frac{A_{eroak}}{P} \tag{2.35}$$

Hala, sekzio karraturako eta zilindrikorako $L_{\substack{zuz \\ sek.karratua}} = L + \frac{t}{2}$ eta $L_{\substack{zuz \\ sek.zilind}} = L + \frac{D}{4}$ izango lirateke.

2.9.1 Hegatsaren etekina

Hegats baten etekinak adierazten du hegatsean gertatzen den bero-jarioaren (benetakoa) eta hegats osoa oinarriko tenperaturan (T_{oin}) balego izango litzatekeen bero-jarioaren (maximoa) arteko erlazioa.

$$\eta_{hegatsa} = \frac{\dot{Q}_{hegatsa}}{\bar{h} \cdot A_{hegatsa} \cdot \theta_{oin}} \tag{2.36}$$

Ondorioz, $\dot{Q}_{hegatsa} = \eta_{hegatsa} \cdot \bar{h} \cdot A_{hegatsa} \cdot \theta_{oin}$ erabil daiteke. Grafikoetan irudikatuta datoz hainbat geometriatako hegatsen etekinak.
Ekonomikoki hegatsaren erabilera zuzentzat har daiteke 0,6 baino etekin handiagoa badu. Oro har, zenbat eta meheagoa eta material gutxiagokoa den hegatsa, orduan eta etekin handiagoa eskainiko du.

2.9.2 Hegatsaren eraginkortasuna

Hegatsaren eraginkortasunak zera adierazten du: hegatsarekin izaten den bero-jarioa, hegatsik gabe izango litzatekeenarekiko.

$$\varepsilon_{hegatsa} = \frac{\dot{Q}_{hegatsa}}{\bar{h} \cdot A_{oin} \cdot \theta_{oin}} \tag{2.37}$$

Definizio horretatik eratortzen da, hegatsak sisteman izaten den bero-jarioa handitzen badu, $\varepsilon_{hegatsa} > 1$ izan behar dela; eta hegatsa erabiltzeko erabakia egokia izateko, $\varepsilon_{hegatsa} > 2$ izan behar da, gutxienez.

Hegatsaren etekina eta eraginkortasuna erlazionatuta daude.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{hegatsa} &= \frac{\dot{Q}_{hegatsa}}{\dot{Q}_{hegatsik\,gabe}} = \frac{\dot{Q}_{hegatsa}}{\bar{h} \cdot A_{oin} \cdot (T_{oin} - T_{\infty})} = \\ &= \frac{\eta_{hegatsa} \cdot \bar{h} \cdot A_{hegatsa} \cdot (T_{oin} - T_{\infty})}{\bar{h} \cdot A_{oin} \cdot (T_{oin} - T_{\infty})} = \eta_{hegatsa} \cdot \frac{A_{hegatsa}}{A_{oin}} \end{aligned} \tag{2.38}$$

2.28 ekuazioak hegats bakar baten eraginkortasuna ematen du. Gainazal osoa hegasduna bada, hegasdun gainazalaren eraginkortasun osoa erabiliko da:

$$\varepsilon_{\substack{hegasdun \\ gainazal \\ osoa}} = \frac{\dot{Q}_{\substack{hegasun \\ gainazala}}}{\dot{Q}_{hegatsik\,gabe}} = \frac{\bar{h} \cdot \left(A_{\substack{hegatsik \\ gabe}} + \eta_{hegatsa} \cdot A_{hegatsa} \right) \cdot (T_{oin} - T_{\infty})}{\bar{h} \cdot A_{oin} \cdot (T_{oin} - T_{\infty})} \tag{2.39}$$

Hala, honako hau da sekzio uniformeko eta luzera infinitudun hegatsaren baterako eraginkortasuna:

$$\varepsilon_{\substack{hegats \\ infinitua}} = \sqrt{\frac{k \cdot P}{\bar{h} \cdot A_{eroapena}}} \tag{2.40}$$

Hemendik, hegatsaren eraginkortasunean eragiten duten aldagaiei erreparatuz, zera ikusten da: (i) hegatsa eraikita dagoen materialaren k handia izan behar dela (metalak, adibidez); (ii) $P/A_{eroapena}$ handia izan behar dela (xafla lauak, adibidez); (iii) $\bar{h}$ txikia izan behar dela.

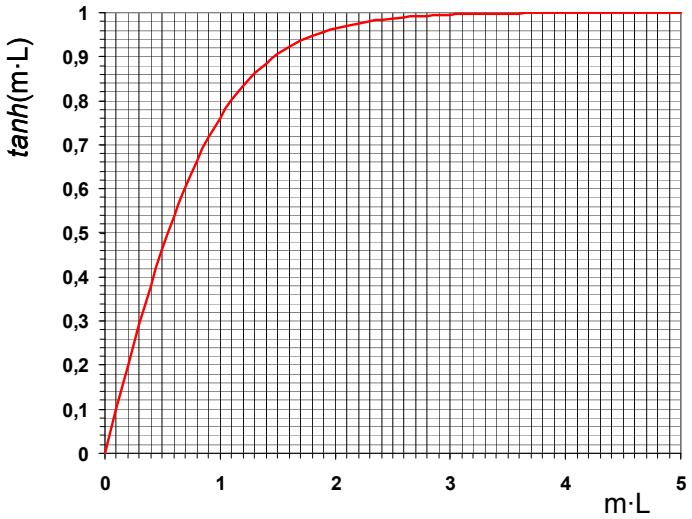
2.9.3 Hegatsaren luzera egokiena

Hegatsaren zeregina da gainazal solidoaren eta inguratzen duen jariagaiaren muinaren arteko bero-transmisioa areagotzea, eta hori ukipen-azaleraren eta indar eragilearen araberakoa da.

Zenbat eta luzeagoa den hegatsa, orduan eta azalera handiagoa eskaintzen du bero-transmisiorako: horren arabera, hegats infinitua izango litzateke irtenbiderik egokiena. Baina indar eragilea ($\theta = T - T_\infty$) geroz eta txikiagoa egiten da oinarritik aldentzen den heinean; hegatsaren lehen zatian izaten da bero-transmisiorik handiena, eta gero esponentzialki txikitzen da. Hala, hegatsaren muturrak ekarpen txikia egiten du bero-transmisioan.

Konpara ditzagun L luzerako hegatsean eta luzera infinitudun hegatsean izaten diren bero-jarioak.

$$\frac{\dot{Q}_{hegatsa}}{\dot{Q}_{\substack{hegats\\ nfinitua}}} = \frac{\sqrt{\bar{h}\cdot P\cdot k\cdot A_{eroapena}}\cdot(T_{oin}-T_\infty)\cdot tanhm\cdot L}{\sqrt{\bar{h}\cdot P\cdot k\cdot A_{eroapena}}\cdot(T_{oin}-T_\infty)} = tanhm\cdot L \qquad (2.41)$$



9. irudia. *m·L eta tanh(m·L).*

2.10 BERO-SORRERA

Hainbat sistematan beroa sortzen da, adibidez, katalizatzaile partikuletan, erregai nuklearretan edo hari elektrikoetan. Horren ondorioz, solidoaren muineko tenperaturak gora egiten du eta, ingurumenak baino tenperatura handiagoa hartzen duenez, indar eragilea sortzen da, solidoaren gainazaletik ingurumenera.

Har dezagun V bolumendun eta A_S gainazaldun solido zurruna. Hala, egoera iraunkorrean:

$$\begin{pmatrix}\text{Solidoaren}\\ \text{muinean}\\ \text{sortutako}\\ \text{beroa}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Solidoaren}\\ \text{gainazaletik}\\ \text{irteten}\\ \text{den beroa}\end{pmatrix}$$

$$\dot{g}\cdot V = h\cdot A_S\cdot(T_S - T_\infty) \qquad (2.42)$$

$$T_S = T_\infty + \frac{\dot{g} \cdot V}{h \cdot A_S} \tag{2.43}$$

2.11 NORABIDE ANITZEKO EROAPENA: BI NORABIDEKOA

Sistema askotan norabide anitzetan gertatzen da bero-transmisioa. Adibidez, 10. irudiko solido zurrunean z norabideko sakonera ℓ oso handia bada, x eta y norabideetako bero-transmisioa gertatzen da. Horrelako sistemak ebazteko hiru metodo erabil daitezke:

(1) Ebazpen analitikoa (zehatza). Geometria bakuneko sistemetan erabiltzen da. Gainera, muga-baldintza batzuetarako besterik ez du balio.
(2) Zenbakizko metodoak. Honek edozein geometria eta muga-baldintzarentzat balio du.
(3) Ebazpen grafikoa. Edozein geometriatarako balio duen arren, hurbilketa traketsa da. Hainbat geometriatarako forma-faktoreak erabil daitezke.

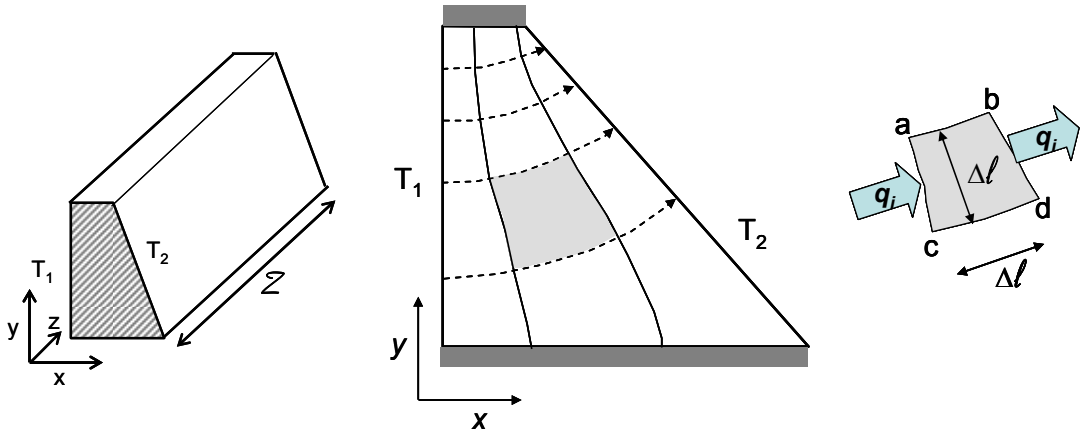
Azken metodoaren erabilera azalduko dugu hemen. Hurrengo azpiatalean azalduko ditugu zenbakizko metodoak norabide biko sistemetako bero-transmisioa aztertzeko.

2.11.1 Ebazpen grafikoa: forma-faktorea

Aztergaia den sistema marrazten da, eta haren barruan isotermak marrazten dira. Horiekiko perpendikularrak diren lerroak marraztuko dira; lerro adiabatikoak, alegia. Hori guztia egiteko, honako urrats hauek jarraitzea gomendatzen da:

(i) Sistemako simetria-lerroak identifikatu, horiek lerro adiabatikoak baitira (bero-jario lerroak); (ii) Mugetako tenperaturak jakinda, sistema barruko lerro isotermoak marraztu (adiabatikoekiko elkarzutak izango direnak); (iii) Lerro adiabatikoak marraztu, isotermekin laukitxo lerromakurrak sortuz. Ezinbestekoa da laukitxo lerromakurren aldeek luzera berdina izatea, gutxi gorabehera.

Irudian marraztu diren lerro jarraituak isotermak dira, eta haiekiko perpendikularrak diren lerro ez-jarraituak, aldiz, adiabatikoak. Beroak lerro adiabatikoen bidea jarraitzen du.



10. irudia. *Solido zurrunean x eta y norabideetako bero-transmisioa*

Laukitxo lerromakurren aldeek luzera berdina izan dezaten, honako erregela hau jarraituko da:

$$\Delta\ell=\frac{\overline{ab}+\overline{cd}}{2}\approx\frac{\overline{ac}+\overline{bd}}{2} \tag{2.44}$$

Har dezagun sistemaren lodiera $\mathcal{Z}$ dela z norabidean. Horrela, bi lerro adiabatikoek osatzen duten kanaltxo bakoitzetik q_i beroa badario:

$$q_i\approx k\cdot A_i\cdot\frac{\Delta T_j}{\Delta x}\approx k\cdot\left(\Delta y\cdot\mathcal{Z}\right)\cdot\frac{\Delta T_j}{\Delta x} \tag{2.45}$$

M kanal berdin badaude: $$\dot{Q}=\sum_{i=1}^{M}q_i=M\cdot q_i \tag{2.46}$$

Sistemako bi aurpegien artean dagoen indar eragile osoa zatikatzen bada:

$$\Delta T_{1\text{-}2:\text{osoa}}=\sum_{j=1}^{N}\Delta T_j=N\cdot\Delta T_j \tag{2.47}$$

Hala, gutxi gorabehera, honako hau da sisteman izaten den bero-jarioa:

$$\dot{Q}\approx\frac{M\cdot\mathcal{Z}}{N}\cdot k\cdot\Delta T_{1\text{-}2:\text{osoa}} \tag{2.48}$$

M kanal kopurua da, eta N tenperatura-tarte kopurua dira.

$\frac{M\cdot\mathcal{Z}}{N}=S$ definitzen da, forma-faktorea izenekoa.

S erabiltzen bada, hau da halako sisteman izaten den bero-jarioa:

$$\dot{Q}=S\cdot k\cdot\Delta T_{1\text{-}2:\text{osoa}}=\frac{\Delta T_{1\text{-}2:\text{osoa}}}{1/S\cdot k} \tag{2.49}$$

Hala, forma-faktorea handiagoa den heinean, bero-transmisiorako erresistentzia txikiagoa eskaintzen du sistemak.

$$R=\frac{1}{S\cdot k} \tag{2.50}$$

Hainbat geometria desberdinentzat taularatuta aurki daitezke forma-faktoreak.

2.11.2 Zenbakizko metodoak

Gehikuntza finituen arabera, horrela hurbil daiteke ekuazio diferentzialaren ebazpena:

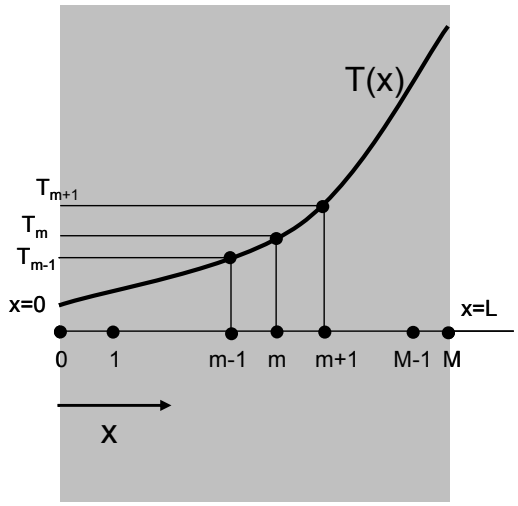
$$\frac{df(x)}{dx}\approx\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} \tag{2.51}$$

Gai honetan, egoera egonkorreko sistemak aztertuko dira, koordenatu kartesiarrak erabiliz. Aztertu behar den sisteman korapilune-sare batekin beteko da, eta korapilune bakoitzaren koordenatua (T_i, x_i, y_i, z_i) izango da.

Horrela, ohartzen bagara, 2.4 ekuazioan $\frac{\partial^2 T}{\partial n^2}$ (n=x, y z) motako deribatuak besterik ez daude. Bigarren ordenako deribatua horrela idatz daiteke, tenperatura linealki aldatzen dela hartuz:

$$\left.\frac{d^2T}{dn^2}\right|_m\approx\frac{T_{m-1}-2T_m+T_{m+1}}{\Delta n^2} \tag{2.52}$$

Adibidez, norabide bateko bero-transmisioan, energia-balantzearen arabera, horrela idatz daiteke eroapenez gertatzen den bero-transmisioa: $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\dot{g}_{sortu}}{k}=0$. Honako korapilune-sare hau antola daiteke sistema honetarako:



11. irudia. *Norabide bakarreko korapiluneak.*

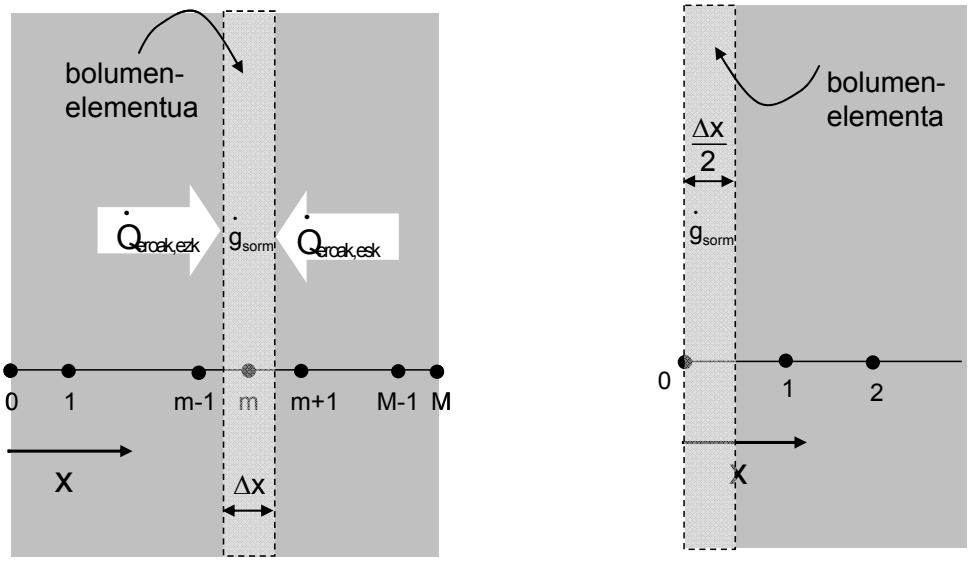
$$\left.\frac{d^2T}{dx^2}\right|_m \approx \frac{T_{m-1}-2T_m+T_{m+1}}{\Delta x^2} \quad m=1,2,\ldots,M-1 \tag{2.53}$$

Adierazpen hau sistema barruko M-1 nodoetarako ebatziko da, eta barruko korapiluneetako tenperaturak emango dizkigu. Muga-balioetatik lortuko dira m=0 eta m=M korapiluneetako balioak.

Korapilune bakoitzean ebatzi behar den ekuazioa lortzeko, energia-balantzea ebatziko da, eta hori gehikuntza finituen moduan idatzi, ebatzi ahal izateko.

2.11.2.1 Norabide bateko bero-transmisioa

Horretarako, korapiluneetan banatuko da sistema. Korapilune bakoitza bolumen-elementu baten erdiko puntua izango da, eta hango tenperatura bolumen-elementuaren batez besteko tenperatura dela hartuko da, T_m alegia.



12. irudia. *Norabide bakarreko korapiluneak eta muturreko korapilunea.*

Barruko korapiluneak:

Bolumen-elementuaren bolumena: $A\cdot\Delta x$

$$\begin{pmatrix}\text{aurpegi}\\ \text{guztietatik}\\ \Delta x\cdot A\\ \text{elementura}\\ \text{SARTZEN}\\ \text{den beroa}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\Delta x\cdot A\\ \text{bolumen-elementuan}\\ \text{SORTZEN}\\ \text{den beroa}\end{pmatrix}=0$$

Fourierren legea erabiliz:

$$k\cdot A\cdot\frac{T_{m-1}-T_m}{\Delta x}+k\cdot A\cdot\frac{T_{m+1}-T_m}{\Delta x}+\dot{g}_m\cdot A\cdot\Delta x=0 \tag{2.54}$$

Eta hortik:

$$\frac{T_{m-1}-2\cdot T_m+T_{m+1}}{\Delta x^2}+\frac{\dot{g}_m}{k}=0 \quad m=1,2,\ldots,M-1 \tag{2.55}$$

Muturretako korapiluneak:

m=0 eta m=M korapiluneetako tenperatura kalkulatzeko, bakoitzeko muga-baldintzak jakin behar dira. Muturreko korapiluneari $A\cdot\frac{\Delta x}{2}$ bolumeneko bolumen-elementua dagokio, eta honako energia-balantze hau ebatziko da:

$$\left(\begin{array}{c}\textit{aurpegi}\\ \textit{guztietatik}\\ \textit{}\Delta x\cdot\Delta y\cdot\textit{Z}\\ \textit{elementura}\\ \textit{SARTZEN}\\ \textit{den beroa}\end{array}\right)+\left(\begin{array}{c}\textit{}\Delta x\cdot\Delta y\cdot\textit{Z}\\ \textit{bolumen-elementuan}\\ \textit{SORTZEN}\\ \textit{den beroa}\end{array}\right)=0$$

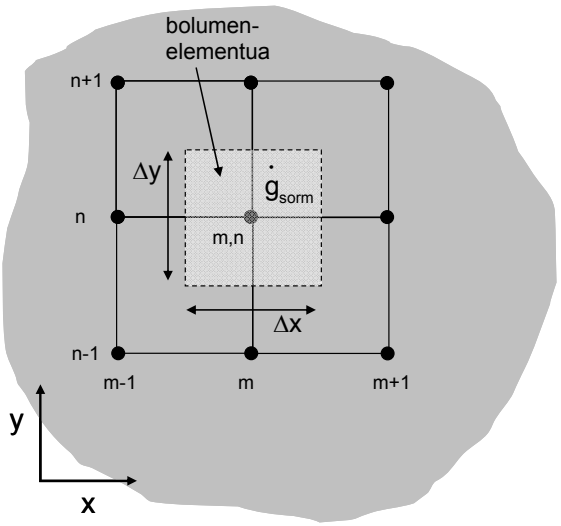
2.11.2.2 Norabide biko bero-transmisioa

Sistema (m,n) korapiluneetan banatuko da, x eta y norabideetarako, hurrenez hurren. Bertako tenperatura $T_{m,n}$ da. Har dezagun z norabideko lodiera Δz dela.

Barruko korapiluneak

13. irudiko bolumen-elementuaren bolumena $\Delta x\cdot\Delta y\cdot\Delta z$ da, eta bertan honako hau da energia-balantzea:

$$\left(\begin{array}{c}\text{alde}\\ \text{guztietatik}\\ \Delta x\cdot\Delta y\cdot\Delta z\\ \text{elementura}\\ \text{SARTZEN}\\ \text{den beroa}\end{array}\right)+\left(\begin{array}{c}\Delta x\cdot\Delta y\cdot\Delta z\\ \text{elementuan}\\ \text{SORTZEN}\\ \text{den beroa}\end{array}\right)=\left(\begin{array}{c}\Delta x\cdot\Delta y\cdot\Delta z\\ \text{elementuan}\\ \text{METATZEN}\\ \text{den beroa}\end{array}\right)$$



13. irudia. *Norabide biko korapiluneak.*

Fourierren legea ebatziz bolumen-elementuan:

$$\underbrace{k\cdot\Delta y\cdot\ell\cdot\frac{T_{m-1,n}-T_{m,n}}{\Delta x}}_{\substack{\text{ezker}\\ \text{aurpegitik}}}+\underbrace{k\cdot\Delta y\cdot\ell\cdot\frac{T_{m+1,n}-T_{m,n}}{\Delta x}}_{\substack{\text{eskuin}\\ \text{aurpegitik}}}+\underbrace{k\cdot\Delta x\cdot\ell\cdot\frac{T_{m,n+1}-T_{n,m}}{\Delta y}}_{\substack{\text{goiko}\\ \text{aurpegitik}}}+\underbrace{k\cdot\Delta x\cdot\ell\cdot\frac{T_{m,n-1}-T_{n,m}}{\Delta y}}_{\substack{\text{beheko}\\ \text{aurpegitik}}}+\dot{g}_m\cdot\Delta x\cdot\Delta y\cdot\ell=0 \qquad (2.56)$$

Eta hortik, $\Delta x = \Delta y$ bada, hau da, bolumen-elementua karratua bada:

$$T_{m-1,n}+T_{m+1,n}+T_{m,n+1}+T_{m,n-1}-4T_{m,n}+\frac{\dot{g}_m}{k}=0 \qquad (2.57)$$

Muturretako korapiluneak

(m,n) korapilunea ez bada sistema barrukoa, hango tenperatura lortzeko muga-baldintza erabili behar da. (m,n) muturreko korapiluneari dagokion bolumen-elementuan honako energia-balantze hau ebatziko da:

$$\begin{pmatrix}\text{aurpegi}\\ \text{guztietatik}\\ \Delta x\cdot\Delta y\cdot\ell\\ \text{elementura}\\ \text{SARTZEN}\\ \text{den beroa}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\Delta x\cdot\Delta y\cdot\ell\\ \text{bolumen-elementuan}\\ \text{SORTZEN}\\ \text{den beroa}\end{pmatrix}=0$$

3
EROAPENA EGOERA ALDAKORREAN

3.1 EROAPENEZ BERO-TRANSMISIOA EGOERA ALDAKORREAN

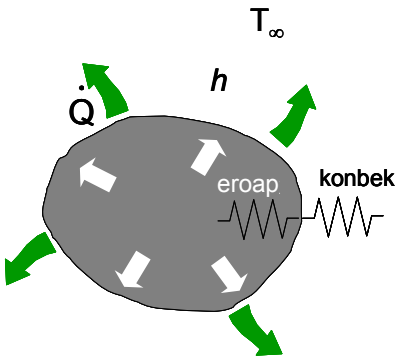
Eragiketa edo prozesu orok denbora behar du egoera egonkor batetik beste egoera egonkor batera heltzeko. Azken egoerako baldintza lortzen ez den bitartean, tenperatura aldatu egiten da denboran. Hala, kontuan hartu behar da tenperaturaren aldaketa eroapenez gertatzen den bero-transmisiorako ekuazio orokorrean zein energia-balantzearen adierazpen orokorrean (2. gaian zero zena). Ohar gaitezen koordenatu kartesiarretan emanda dagoela 3.1 ekuazioa.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\dot{g}_{sortu}=\rho\cdot C\cdot\frac{\partial T}{\partial t} \qquad (3.1)$$

Ekuazio horrek ematen du tenperatura nola aldatzen den gorputz solido baten barruan, posizioarekin eta denborarekin. Sistema horien analisia egiterako orduan, hurbilketa bat egin daiteke baldintza hau betetzen bada: tenperatura ez dela posizioaren mendekoa. Halako kasuan, asko laburtzen da ekuazio orokorra; parametro kontzentratuko sistema deritzo eta T(t) aldagaia izango du. Bestelakoan, parametro banatuko sistema deritzo eta T(x,y,z,t) aldagaia izango du.

3.2 BIOT ZENBAKIA (Bi)

Sistema baten ebazpena parametro kontzentratuekin edo parametro banatuekin egin behar den erabakitzeko, dimentsio gabeko Biot zenbakiari erreparatuko zaio. Har dezagun solido bat, bera baino hotzago dagoen eta T_∞ muin-tenperatura duen jariagai batez inguratuta (1. irudia). Hala, bero-jarioa eratorriko da solidotik jariagaiaren muinera.



1. irudia. *Jariagai batez inguratutako solidoan bero-transmisioa.*

Beroak bi erresistentzia gainditu beharko ditu solidoaren muinetik jariagaiaren muinerako bidean: (i) solidoaren muineko eroapenezkoa (barrukoa), eta (ii) solidoaren gainazaleko konbekziozkoa (edo konbekzioa + erradiazioa) (kanpokoa).

Biot zenbakiak bi erresistentzia horien erlazioa zenbatzen du, barrualdekoa/kanpoaldekoa, alegia; edo beste hitz batzuetan esateko, konbekzioz gertatzen den bero-transmisioaren eta eroapenez gertatzen denaren arteko zatiketa.

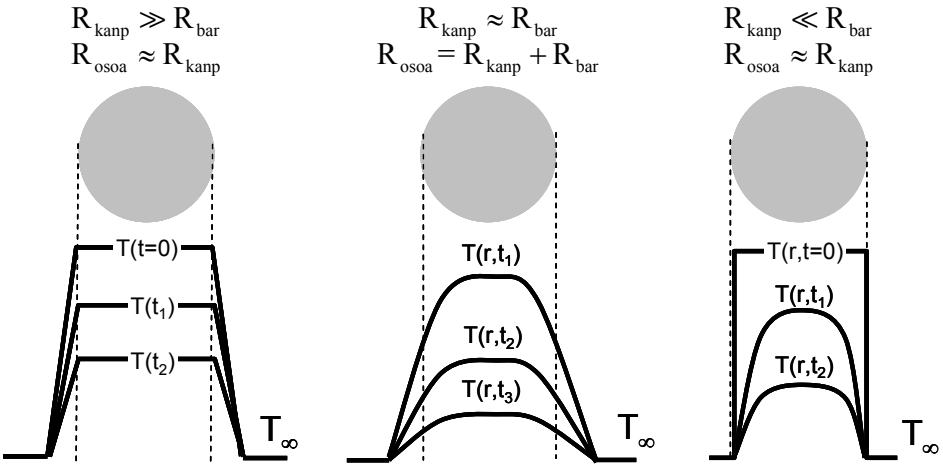
Gorputz solidoaren luzera ezaugarria L_{ez} definituz: $L_{ez}=\frac{\text{Bolumena}}{\text{Azalera}}$, horrelakoa da Biot zenbakia:

$$Bi=\frac{R_{barrua}}{R_{kanpoa}}=\frac{h\cdot L_{ez}}{k} \qquad (3.2)$$

Geometria desberdineko gorputzentzat, horrelakoa da Biot zenbakia:

Geometria	2L lodierako horma lau infinitua	R erradioko zilindro bete infinitua	R erradioko esfera betea
Biot	$Bi=\frac{h\cdot L}{k}$	$Bi=\frac{h\cdot(R/2)}{k}$	$Bi=\frac{h\cdot(R/3)}{k}$

Azter dezagun nolako tenperatura-profilak garatzen diren esfera baten kasuan Bi zenbakiaren balio-tarte desberdinetarako. Har dezagun solidoaren muineko tenperatura ingurumeneko jariagaiaren muinekoa baino handiagoa dela ($T > T_\infty$).



2. irudia. *Jariagai hotz batez inguratutako esfera bete baten hoztea, kanpoko eta barruko erresistentzia erlatiboen arabera.*

Ezkerreko kasuan, kanpoaldeko konbekziozkoa da beroaren garraiorako erresistentzia handiena. Hala, esferaren muineko tenperatura uniformea dela har daiteke, eta denboran zehar txikituz joango da. Era berean, gainazal solidoaren eta jariagaiaren muinaren artekoa da tenperatura gradiente bakarra. Bi ≤ 0,1 duten sistemek halako joera erakusten dute.

Eskuineko kasuan, beroaren garraiorako erresistentzia nagusia solidoaren muinekoa da, eroapenezkoa. Hala, tenperatura erradioarekin txikituko da solidoaren muinean, eta gradientea sortuko da. Halako sistemak dira Bi › 40 dutenak.

Erdiko kasuak, aldiz, beste bien tarteko egoera adierazten du, zeinetan erresistentzia biak antzekoak baitira; eta tenperatura gradienteak sortzen dira, ez bakarrik solidoaren muinean, baita gainazal solidoaren eta jariagaiaren muinaren artean ere.

Irizpide bezala Bi ≤ 0,1 hartzen da, sistemaren analisia parametro kontzentratuekin egin daitekeela esateko. Biot zenbakiari erreparatuz, horrelakoak izateko aukera dute tamaina txikiko eta eroale oso onak diren gorputz simetrikoek; are gehiago berezko konbekzioa badago kanpoaldean.

3.3 FOURIER ZENBAKIA (Fo)

Egoera ez-egonkorrerako oso zenbaki erabilgarria da, eta dimentsio gabeko hozte/berotze-denbora adierazten du, solidoaren tamaina kontuan hartuta.

$$Fo = \frac{a \cdot t}{L_{ez}^2} = \frac{a \cdot t}{\left(V/A\right)^2_{solidoa}} = \frac{k}{\rho \cdot C} \cdot \frac{t}{\left(V/A\right)^2_{solidoa}} \qquad (3.3)$$

Halaber, honako esangura fisiko hau du: $\frac{\left(\begin{array}{c}\text{Solidoaren barrena}\\ \text{eroaketaz bero jarioaren}\\ \text{abiadura}\end{array}\right)}{\left(\begin{array}{c}\text{Solidoan}\\ \text{beroaren}\\ \text{metatze-abiadura}\end{array}\right)}$

3.4 PARAMETRO KONTZENTRATUKO SISTEMAK: DENBORA KONSTANTEA

Bi ≤ 0,1 denean, uniformea da gorputz solidoaren muineko tenperatura, eta sistema osotasunean azter daiteke T(t) lortzeko. Har dezagun T_i tenperaturan dagoen solido bete bat, eta murgil dezagun T_∞ tenperaturan dagoen jariagaian, $T_i > T_\infty$ izanik. Har dezagun, halaber, ez dagoela bero-sorrerarik. Nola aldatuko da solidoaren tenperatura denboran? Zer aldagairen arabera?

Halako sistemari energia-balantzea eginez:

$$0=\left(\begin{array}{c}\text{Sistematik}\\ \text{IRTETEN duen}\\ \text{energia}\end{array}\right)+\left(\begin{array}{c}\text{Sisteman}\\ \text{METATZEN den}\\ \text{energia}\end{array}\right)$$

$$-h\cdot A\cdot\left(T-T_\infty\right)=m\cdot C\cdot\frac{dT}{dt} \qquad (3.4)$$

Masaren, dentsitatearen eta bolumenaren baitan jarriz, eta L_{ez} erabiliz, t=0 eta t=t tarterako:

$$-\frac{h}{\rho\cdot C\cdot L_{ez}}\cdot\int_0^t dt=\int_{T_i}^{T}\frac{dT}{\left(T-T_\infty\right)} \qquad (3.5)$$

$$\frac{T(t)-T_\infty}{T_i-T_\infty}=e^{-\left(\frac{h}{\rho\cdot L_{ez}\cdot C}\right)\cdot t}=e^{-b\cdot t} \qquad (3.6)$$

$b=\frac{\rho\cdot L_{ez}\cdot C}{h}$-ri denbora konstantea deritzo: zenbat eta handiagoa izan, orduan eta motelago hoztuko da solidoa. Gainera, b = Bi·Fo ere idatz daiteke.

Denbora konstantean eragiten duten aldagaiak behatuz, honetaz ohart gaitezke: (i) kanpoaldeko konbekzioa indartzean, b txikitzen dela; (ii) solidoaren bero espezifikoa handitzean, b handitzen dela; (iii) L_{ez} handitzean, b handitzen dela; eta (iv) dentsitatea handitzean, b handitzen dela.

Gorputz solidoaren hozte-abiaduraren ekuazioari erreparatuz, tenperaturaren denbora-bilakaera esponentziala dela ohartzen gara, eta hasierako uneetan (indar-

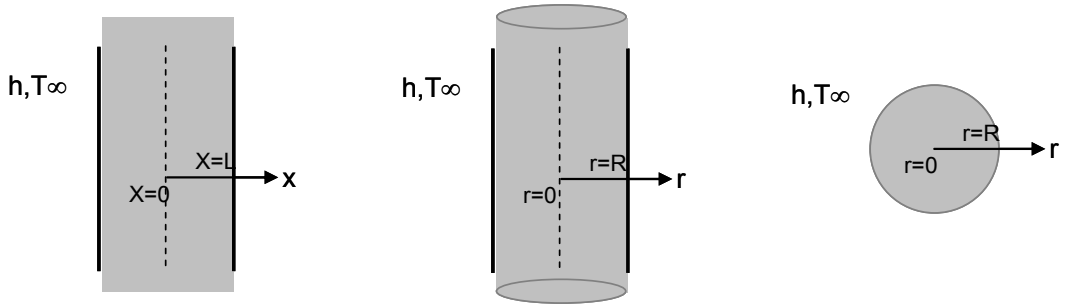
eragilea handia denean) azkar hozten den arren, motelago hozten dela jariagaiaren tenperaturara hurbiltzen doan heinean.

Ohar gaitezen ekuazio berdinera heltzen dela $T_i < T_\infty$ denean, baina solidoa berotu egiten dela.

3.5 PARAMETRO BANATUKO SISTEMAK: NORABIDE BATEKO BERO-TRANSMISIOA

Goian esan den bezala, Bi > 0,1 denean, ezin daiteke uniformetzat hartu solido barruko tenperatura, T(t,x,y,z) baita. Atal honetan norabide bateko bero-transmisioa ikusiko da, hiru geometria bakunentzat: horma lau infinitua, zilindro bete infinitua eta esfera betea. Gero ikusiko da hiru dimentsiotako sistemak azter daitezkeela hiru geometria horien konbinaketekin.

Halako sistemak ebazteko serieetan banatutako adierazpen matematiko zehatzak dauden arren, nahikoa izaten da haien lehen terminoarekin, konbergentzia azkarra dutelako Fo > 0,2 denerako. Hemen, adierazpen matematikoak emango dira, eta Heisler-en grafikoen bitarteko ebazpena azalduko da. *Oharra*: zilindro eta esferarentzat Bi zenbaki bereziak erabiltzen dira, 3. irudikoak.



$$Bi=\frac{h\cdot L}{k} \qquad Bi=\frac{h\cdot R}{k} \qquad Bi=\frac{h\cdot R}{k}$$

3. irudia. *Xafla lau infinituarentzako, zilindro bete luzearentzako eta esfera betearentzako Bi zenbakia.*

Har dezagun 2L lodierako horma lau infinitua, 2R erradioko zilindro bete infinitua eta 2R erradioko esfera betea T_i tenperaturan daudela, berorik ez dela sortzen, eta t=0 unean, T_∞ tenperaturan dagoen jariagaian murgiltzen direla (adibidez $T_i > T_\infty$). Orduan, tenperatura gradientearen erruz, eroapenez bero-jarioa eratortzen da solidoaren muinean, barruko geruzetatik kanpo-gainazalera. Horma eta zilindroa infinituak direnez, x eta r norabideetan, hurrenez hurren, eta esferan r norabidean.

Solidoaren muinerako, 3.1 taulako dimentsio gabeko tenperatura gradienteak lortzen dira Fo › 0,2 denerako.

3.1 taula. *Dimentsio gabeko tenperatura gradienteak.*

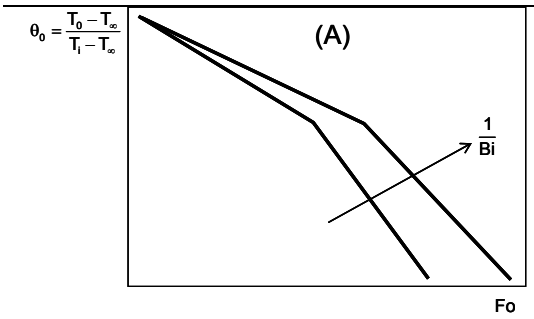
Geometria	Dimentsio gabeko tenperatura gradientea	
Horma lau infinitua	$\theta(x,t)=\frac{T(x,t)-T_\infty}{T_i-T_\infty}=A_1\cdot e^{-\lambda_1^2\cdot Fo}\cdot\cos\left(\lambda_1\cdot\frac{x}{L}\right)$	(3.7)
Zilindro bete infinitua	$\theta(r,t)=\frac{T(r,t)-T_\infty}{T_i-T_\infty}=A_1\cdot e^{-\lambda_1^2\cdot Fo}\cdot J_0\left(\lambda_1\cdot\frac{r}{R}\right)$	(3.8)
Esfera betea	$\theta(r,t)=\frac{T(r,t)-T_\infty}{T_i-T_\infty}=A_1\cdot e^{-\lambda_1^2\cdot Fo}\cdot\frac{\sin\left(\lambda_1\cdot\frac{r}{R}\right)}{\lambda_1\cdot\frac{r}{R}}$	(3.9)

λ_1 eta A_1 taularatuta daude hiru geometria haientzat; J_0 da zero ordenako Bessel-en funtzioa.

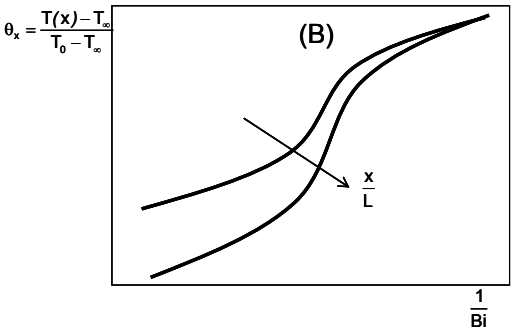
Adierazpen horiek solidoko edozein puntutako tenperatura-gradientea azaltzen dute.

Ardatzean (x=0 edo r=0) denean, ohart gaitezen $A_1\cdot e^{-\lambda_1^2\cdot Fo}$ terminoa besterik ez dela gelditzen edozein geometriarentzat.

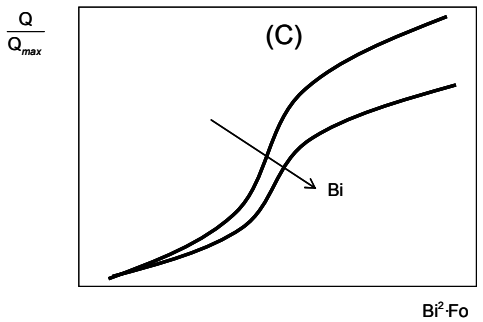
Heislerrek ekuazio horiek irudikatu zituen, hiru grafiko desberdin emanez geometria bakoitzerako. Laburtuz, horrelakoak dira (azalpena horma lau infinituarentzat ematen da):



(A) irudia:
ardatzeko tenperaturaren denbora-bilakaera lortzeko.



(B) irudia:
Une bakoitzerako ardatzeko tenperatura jakinda (T_0), solidoko edozein kokapenetako tenperatura lortzeko.



(C) irudia:
Une bakoitzera arte izan den bero-jarioa lortzeko.
Q_{max} hasierako unekoa da: $m \cdot C \cdot (T_i - T_\infty)$

4. irudia. *Heislerren grafikoak.*

3.6 PARAMETRO BANATUKO SISTEMAK: NORABIDE ANITZEKO BERO-TRANSMISIOA

Arestian aztertu diren sistemetan, norabide bakarreko bero-jarioa gertatzen da. Baina nola kalkula daiteke zilindro bete labur baten tenperaturaren bilakaera? Edo zutabe karratu batekoa? Edo paralelepipedo karratukoa?

Sistema horiek ebazteko, biderkaduraren metodoa erabiltzen da.

Adibidez, zilindro bete laburra da zilindro bete infinitua eta horma lau infinituak elkar moztean harrapatuta gelditzen den bolumena; zutabe karratua, aldiz, bi horma lau infinituk elkar moztean harrapatuta gelditzen den bolumena da; kuboa, berriz, hiru horma lau infinituk elkar moztean harrapatutako bolumena da.

Biderkaduraren metodoa erabiliz, horrela kalkula daitezke solidoen barruko tenperaturak, eta une bakoitzera arte izan den bero-jarioa:

Bi norabidekoa (adibidez, zilindro bete laburra, r eta x norabidetako bero-jarioa):

$$\left(\frac{T(r,x,t)-T_\infty}{T_i-T_\infty}\right)=\theta_{\substack{\text{zilindro}\\ \text{bete}\\ \text{laburra}}}=\left(\frac{T(x,t)-T_\infty}{T_i-T_\infty}\right)_{\substack{\text{horma}\\ \text{lau}\\ \text{infnitua}}}\cdot\left(\frac{T(r,t)-T_\infty}{T_i-T_\infty}\right)_{\substack{\text{zilindro}\\ \text{bete}\\ \text{infnitua}}} \tag{3.10}$$

$$\left(\frac{Q}{Q_{max}}\right)_{\substack{\text{osoa}\\ \text{2D}}}=\left(\frac{Q}{Q_{max}}\right)_1+\left(\frac{Q}{Q_{max}}\right)_2\cdot\left[1-\left(\frac{Q}{Q_{max}}\right)_1\right] \tag{3.11}$$

Hiru norabidekoa (paralelepipedo karratua, x, y eta z norabideetako bero-jarioa):

$$\begin{aligned}\left(\frac{T(x,y,z,t)-T_\infty}{T_i-T_\infty}\right)&=\theta_{\substack{\text{paralelepidedo}\\ \text{karratua}}}=\\ &=\left(\frac{T(x,t)-T_\infty}{T_i-T_\infty}\right)_{\substack{\text{horma}\\ \text{lau}\\ \text{infnitua}}}\cdot\left(\frac{T(y,t)-T_\infty}{T_i-T_\infty}\right)_{\substack{\text{horma}\\ \text{lau}\\ \text{infnitua}}}\cdot\left(\frac{T(z,t)-T_\infty}{T_i-T_\infty}\right)_{\substack{\text{horma}\\ \text{lau}\\ \text{infnitua}}}\end{aligned} \tag{3.12}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{Q}{Q_{max}}\right)_{\substack{\text{osoa}\\ \text{3D}}}&=\left(\frac{Q}{Q_{max}}\right)_1+\left(\frac{Q}{Q_{max}}\right)_2\cdot\left[1-\left(\frac{Q}{Q_{max}}\right)_1\right]+\\ &+\left(\frac{Q}{Q_{max}}\right)_3\cdot\left[1-\left(\frac{Q}{Q_{max}}\right)_1\right]\cdot\left[1-\left(\frac{Q}{Q_{max}}\right)_2\right]\end{aligned} \tag{3.13}$$

3.7 PARAMETRO BANATUKO SISTEMAK: SOLIDO ERDI-INFINITUAK

Solido erdi-infinituak aurpegi bat laua du, eta infiniturantz luzatzen da norabide guztietan. Halako eredura hurbil daitezke hainbat kasu praktiko, gainazaletik hurbil dagoen eremuko tenperatura-bilakaera jakiteko, beste gainazal guztien eragina arbuiagarria denean (hain urrun daude, haien eragina arbuia daitekeela).

Har dezagun halako solidoa, T_i tenperatura uniformean dagoena, bero-sorrerarik gabea, eta jo dezagun gainazalean honelako aldaketaren bat eragiten zaiola t = 0 unean, bat-batean. 3.2 taulakoak dira kasu bakoitzerako muga-baldintzak eta ekuazio integratuak:

3.2 taula. *Egoera ez-iraunkorrean, solido erdi-infinituetan muga-baldintzak.*

Kasua	Muga-baldintzak	Ekuazio integratua
T_S tenperatura	$\begin{cases}T(x,0)=T_i\\ T(0,t)=T_S\end{cases}$	$\frac{T(x,t)-T_S}{T_i-T_S}=1-\frac{T(x,t)-T_i}{T_\infty-T_i}=erf\left(\frac{x}{2\sqrt{a\cdot t}}\right)$ (3.14)

$\dot{Q}_0$ bero-jarioa	$\begin{cases} T(x,0)=T_i \\ -k\,\partial T/\partial x\big\|_{x=0} = \\ \quad =-\dot{Q}_0/A \end{cases}$	$T(x,t)-T_i= \\ =\left(\frac{\dot{Q}_0}{A_S\cdot k}\right)\cdot\left[2\sqrt{\frac{a\cdot t}{\pi}}\cdot e^{\left(-\frac{x^2}{4\cdot a\cdot t}\right)}-x\cdot erfc\left(\frac{x}{2\cdot\sqrt{a\cdot t}}\right)\right]$	(3.15)
T_∞ duen jariagaiarekin ukipena	$\begin{cases} T(x,0)=T_i \\ -k\,\partial T/\partial x\big\|_{x=0} = \\ =-\bar{h}\left[T_\infty-T(0,t)\right] \end{cases}$	$\frac{T(x,t)-T_i}{T_\infty-T_i}= \\ =erfc\left(\frac{x}{2\cdot\sqrt{a\cdot t}}\right)-e^{\left(\frac{\bar{h}\cdot x}{k}+\frac{\bar{h}^2\cdot a\cdot t}{k^2}\right)}\cdot \\ \cdot erfc\left(\frac{x}{2\cdot\sqrt{a\cdot t}}+\frac{\bar{h}\cdot\sqrt{a\cdot t}}{k}\right)$	(3.16)

$erf(w)$ errore-funtzioa da, eta $erfc(w)$, errore-funtzio osagarria ($erfc(w)=1-erf(w)$).

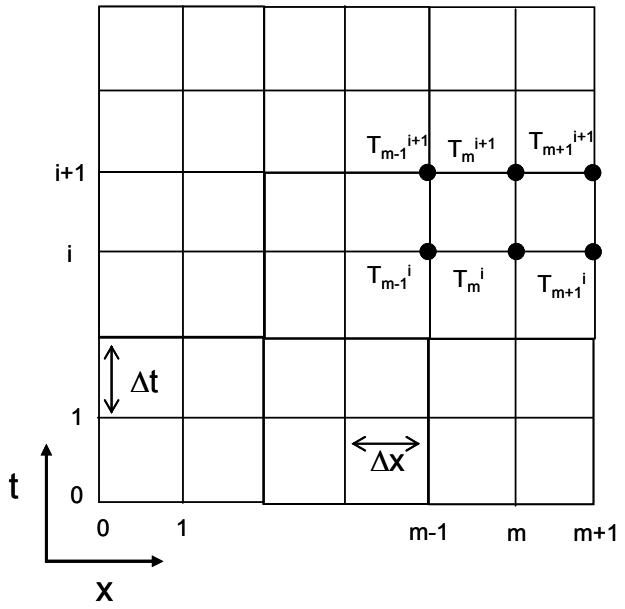
3.8 ZENBAKIZKO METODOAK

Atal honetan azalduko dira egoera ez-egonkorrean eroapenez izaten den bero-transmisiorako ekuazioak zenbakizko metodoekin ebazteko oinarriak.

3.8.1 Norabide batekoa

Egoera egonkorrean tenperatura ez zen aldatzen denborarekin, eta T(x) bezalako balioak genituen. Egoera ez-egonkorrean, aldiz, posizioarekin ez ezik denborarekin ere aldatzen da tenperatura, eta T(x,t) balioak lortu beharko dira (koordenatu kartesiarretan).

Hori egiteko, korapiluneetan banatuko da sistema, 5. irudian ikusten den moduan.



5. irudia. *Eroapenez norabide bateko bero-transmisiorako korapilune-sarea egoera iragankorra aztertzeko.*

Korapilune bakoitza bolumen-elementu baten erdiko puntua izango da denbora zehatz batean, eta haren tenperatura bolumen-elementuaren batezbestekoa dela hartuko da, T_m^i alegia (m korapiluneko tenperatura i unean).

Urrats bakoitzaren hedadura t eta x dira denborarentzat eta posizioarentzat, hurrenez hurren.

Barruko korapiluneetarako, bolumen-elementuan energia-balantzea honako hau da, gehikuntza finituetan adierazita, metodo esplizituarekin:

$$\left(\sum_{\text{alde_guztiak}} \dot{Q}\right)^i + \left(\dot{Q}_{\substack{\text{sorrera}\\ \text{elementuan}}}\right)^i = \rho \cdot V_{\text{elementua}} \cdot C \cdot \left(\frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t}\right) \qquad (3.17)$$

Azter dezagun horma lauan egoera ez-egonkorreko bero-transmisioa eroapenez. Horretarako, 6. irudiko korapilune-sarea eraikitzen da une bakoitzerako.

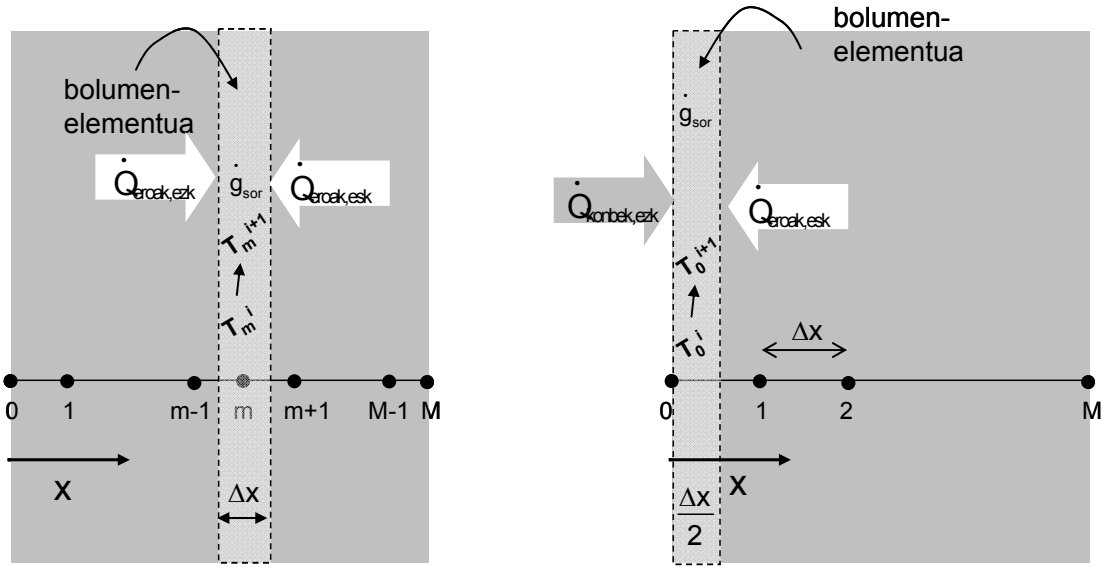
- *Barruko korapilunea*

Bolumen-elementuan energia-balantzea eginez:

$$k \cdot A \cdot \frac{T_{m-1}^i - T_m^i}{\Delta x} + k \cdot A \cdot \frac{T_{m+1}^i - T_m^i}{\Delta x} + \dot{g}_{sor} \cdot A \cdot \Delta x = \rho \cdot A \cdot \Delta x \cdot C \cdot \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t} \qquad (3.18)$$

3.18 ekuazioa gehiago garatuz, honako adierazpen hau lortuko da:

$$T_{m-1}^i - 2 \cdot T_m + T_{m+1} + \frac{\dot{g}_{sor} \cdot \Delta x^2}{k} = \frac{\Delta x^2}{a \cdot \Delta t} \cdot \left(T_m^{i+1} - T_m^i\right) \qquad (3.19)$$



6. irudia. *Eroapenez norabide bateko bero-transmisioaren eredua, gehikuntza finituekin ebazteko.*

$Fo=\frac{a\cdot\Delta t}{\Delta x^2}$ Fourier zenbaki diskretua da. Horrela, honako adierazpen honen bitartez kalkulatuko da m. korapilunean i+1. denbora-uneko tenperatura:

$$T_m^{i+1}=Fo\cdot\left(T_{m-1}^i+T_{m+1}^i\right)+\left(1-2\cdot Fo\right)\cdot T_m^i+Fo\cdot\frac{\left(\dot{g}_{sor}\right)^i\cdot\Delta x^2}{k} \qquad (3.20)$$

- *Muturretako korapiluneak*

m korapilunea ez bada sistema barrukoa, hango tenperatura lortzeko muga-baldintzak (bi aurpegietakoak) erabili behar dira. Har dezagun eskuineko aurpegian konbekzioa dagoela T_∞ tenperaturara dagoen jariagaiarekin. Korapilune horretako tenperatura-bilakaera kalkulatzeko, 6. irudiko eskuineko diskretizazioa egiten da, eta, bolumen-elementuan energia-balantzea eginez, honako adierazpen hau lortzen da i+1 uneko tenperatura lortzeko:

$$T_{m=0}^{i+1}=\left(1-2\cdot Fo-2\cdot Fo\cdot\frac{h\cdot\Delta x}{k}\right)\cdot T_{m=0}^i+2\cdot Fo\cdot T_1^i+ \\ +2\cdot Fo\cdot\frac{h\cdot\Delta x}{k}\cdot T_\infty+Fo\cdot\frac{\dot{g}_{sor,m=0}\cdot\Delta x^2}{k} \qquad (3.21)$$

- *Egonkortasun-irizpidea*

t handiegia hartzen bada, dibergentzia ager daiteke ebazpenean. Beste era batera esateko: denbora-tarte minimoa dago ekuazioak konbergenteak izan daitezen. Horrela dio irizpideak: T_m^{i+1} kalkulatzeko adierazpen guztietan T_m^i-ren koefizienteak ≥ 0 izan behar dira m guztietarako.

Aurreko adibidean, hauek dira korapilune guztietarako tenperaturak:

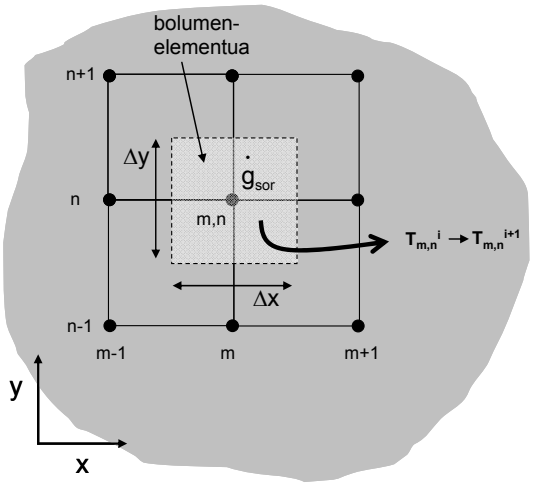
$m\geq 1 \quad T_{m=0}^{i+1}=\left(1-2\cdot Fo-2\cdot Fo\cdot\frac{h\cdot\Delta x}{k}\right)\cdot T_{m=0}^i+2\cdot Fo\cdot T_1^i+2\cdot Fo\cdot\frac{h\cdot\Delta x}{k}\cdot T_\infty+Fo\cdot\frac{\dot{g}_{sor,m=0}\cdot\Delta x^2}{k}$

$m=0 \quad T_m^{i+1}=Fo\cdot\left(T_{m-1}^i+T_{m+1}^i\right)+\left(1-2\cdot Fo\right)\cdot T_m^i+Fo\cdot\frac{\left(\dot{g}_{sor}\right)^i\cdot\Delta x^2}{k}$

Irizpidea: $min\left[1-2\cdot Fo-2\cdot Fo\cdot\frac{h\cdot\Delta x}{k},1-2\cdot Fo\right]=1-2\cdot Fo-2\cdot Fo\cdot\frac{h\cdot\Delta x}{k}\geq 0$

3.8.2 Norabide bikoa

Sistema (m,n) korapilunetan banatuko da, x eta y norabideetarako, hurrenez hurren, denbora bakoitzerako (ikus 7. irudia). i. unean, bertako tenperatura $T_{m,n}^{i}$ da. Har dezagun z norabideko lodiera *l* dela.



7. irudia. *Eroapenez norabide biko bero-transmisioaren eredua, gehikuntza finituekin ebazteko.*

- *Barruko korapiluneak*

Bolumen-elementuaren bolumena $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \mathcal{Z}$ da, eta honako hau da energia-balantzea bertan:

$$\left(\begin{array}{c}\text{alde}\\ \text{guztietatik}\\ \Delta x\cdot\Delta y\cdot\mathcal{Z}\\ \text{elementura}\\ \text{SARTZEN}\\ \text{den beroa}\end{array}\right)+\left(\begin{array}{c}\Delta x\cdot\Delta y\cdot\mathcal{Z}\\ \text{elementuan}\\ \text{SORTZEN}\\ \text{den beroa}\end{array}\right)=\left(\begin{array}{c}\Delta x\cdot\Delta y\cdot\mathcal{Z}\\ \text{elementuan}\\ \text{METATZEN}\\ \text{den beroa}\end{array}\right)$$

Adierazpen matematikoa, aldiz, honelakoa da:

$$\left(\sum_{\text{alde_guztiak}}\dot{Q}\right)^{i}+\left(\dot{Q}_{\substack{\text{sorrera}\\ \text{elementuan}}}\right)^{i}=\rho\cdot V_{\text{elementua}}\cdot C\cdot\left(\frac{T_m^{i+1}-T_m^{i}}{\Delta t}\right) \qquad (3.22)$$

$$\underbrace{k\cdot\Delta y\cdot\frac{T_{m-1,n}^{i}-T_{m,n}^{i}}{\Delta x}}_{\text{ezk}}+\underbrace{k\cdot\Delta x\cdot\frac{T_{m,n+1}^{i}-T_{m,n}^{i}}{\Delta y}}_{\text{goi}}+\underbrace{k\cdot\Delta y\cdot\frac{T_{m+1,n}^{i}-T_{m,n}^{i}}{\Delta x}}_{\text{esk}}+$$
$$+\underbrace{k\cdot\Delta x\cdot\frac{T_{m,n-1}^{i}-T_{m,n}^{i}}{\Delta y}}_{\text{beh}}+\dot{g}_{sor,m,n}\cdot\Delta x\cdot\Delta y=\rho\cdot\Delta x\cdot\Delta y\cdot C\cdot\frac{T_{m,n}^{i+1}-T_{m,n}^{i}}{\Delta t} \qquad (3.23)$$

Eta hortik, $\Delta x = \Delta y = \delta$ bada, hau da, bolumen-elementua karratua bada:

$$T^{i}_{m-1,n}+T^{i}_{m+1,n}+T^{i}_{m,n+1}+T^{i}_{m,n-1}-4\cdot T^{i}_{m,n}+\frac{\dot{g}_{m,n}\cdot\delta^2}{k}=\frac{T^{i+1}_{m,n}-T^{i}_{m,n}}{Fo} \qquad (3.24)$$

$Fo=\frac{\alpha\cdot\Delta t}{\delta^2}$ izanik. Hortik, (m,n) korapiluneko tenperatura i+1. unean askatuz:

$$T^{i+1}_{m,n}=Fo\cdot\left(T^{i}_{m-1,n}+T^{i}_{m+1,n}+T^{i}_{m,n+1}+T^{i}_{m,n-1}\right)+(1-4Fo)\cdot T^{i}_{m,n}+Fo\cdot\frac{\dot{g}^{i}_{m,n}\cdot\delta^2}{k} \qquad (3.25)$$

- *Muturretako korapiluneak*
  Aurretik aipatu den bezala, muturretako korapiluneetan dagozkien ekuazioak erabiliko dira uneoro hango tenperaturak kalkulatzeko.
- *Egonkortasun-irizpidea*
  $T_{m,n}^{i+1}$ kalkulatzeko, adierazpen guztietan $T_{m,n}^{i}$-ren koefizienteak ≥ 0 izan behar dira (m,n) guztietarako.

4
KONBEKZIOZ BERO-TRANSMISIOA

4.1 KONBEKZIOZ BERO-TRANSMISIOAREN ANALISIA: MUGA-GERUZA LAMINARRA ETA ZURRUNBILOTSUA

Gainazal solido baten eta jariagai baten arteko bero-transmisioa gertatzen den mekanismoa da konbekzioa. Jariagai baten barreneko bero-jarioak batera ditu bi fenomenoak: jariagaiaren mugimendua eta eroapena. Horrek asko zailtzen du mekanismo honen analisi matematikoa. Jariagaia geldikor badago, haren barrenean eroapenez soilik gertatzen da bero-jarioa. Hala, konbekzioaren muturreko egoera bezala ikus daiteke jariagai baten barreneko eroapena.

Jariagaiaren mugimenduak indartu egiten du bero-jarioa, eroapenez bakarrik emango litzatekeenarekin alderatuz, jariagai zati hotzak eta beroak ukipenean jartzen dituelako, eta ukipen-azalera handiagotzen duelako. Mugimendua areagotuz edo, beste era batera esateko, turbulentzia handituz, are gehiago indartu daiteke bero-transmisioa.

4.2 NEWTON-EN LEGEA

Konbekziozko bero-jarioa konplexua izan arren, badago makroskopikoki betetzen den oinarrizko lege bat: Newtonen Hozte Legea. Honek zera dio: T_S tenperaturan dagoen gainazal bero bat ukipenean jartzean T_∞ tenperatura txikiagoan dagoen jariagai batekin, bien arteko bero-jarioa proportzionala dela indar-eragilearekin eta ukipen-azalerarekin.

$$\dot{Q}_{konb} = h \cdot A \cdot (T_S - T_\infty) \tag{4.1}$$

h konbekziozko bero-jariorako koefizientea da, $J/s \cdot m^2 \cdot K$ unitateduna. Bere esangura fisikoa hau da: azalera unitateko eta indar-eragile unitateko dagoen bero-jarioa.

h-rengan aldagai askok eragiten dute. Besteak beste: jariagaiaren likatasunak, eroankortasun-koefizienteak, dentsitateak, dilatazio termiko koefizienteak eta bero

espezifikoak; jariagaiaren eta solidoaren arteko abiadura erlatiboak; gainazal solidoaren geometriak eta zimurtasunak; eta indar-eragileak.

Hala, eta laburki esanez, gasekin baino h handiagoa lortzen da likidoekin; Re zurrunbilotsuekin h handiagoa lortzen da laminarrekin baino; fase-aldaketarekin h oso handia lortzen da, fase-aldaketarik ez dagoenean baino magnitude-ordena bat handiagoa, gutxienez.

Har dezagun irudiko sisteman gainazala geldi dagoela, eta jariagaiak V_∞ abiaduraz zeharkatzen duela gainazala ezkerretik eskuinera. Jakina denez, jariagaia likatsua bada, gainazal solidoarekin ukipenean dagoen jariagai zatia geldirik dago, solidoari itsatsita. Horren erruz, eta jariagaiak likatasuna duelako, abiadura gradientea garatzen da jariagaian.

Antzekoa gertatzen da tenperaturarekin: gainazal solidoarekin ukipenean dagoen jariagai zatiak hango tenperatura du, eta tenperatura gradientea eratortzen da goranzko norabidean.

Horrela, ukipen-gainazal horretan eroapenez gertatzen da bero-jarioa, baina handik at, jariagaiaren mugimendua dela-eta, konbekzioz gertatzen da. Ukipen-gainazalean, beraz:

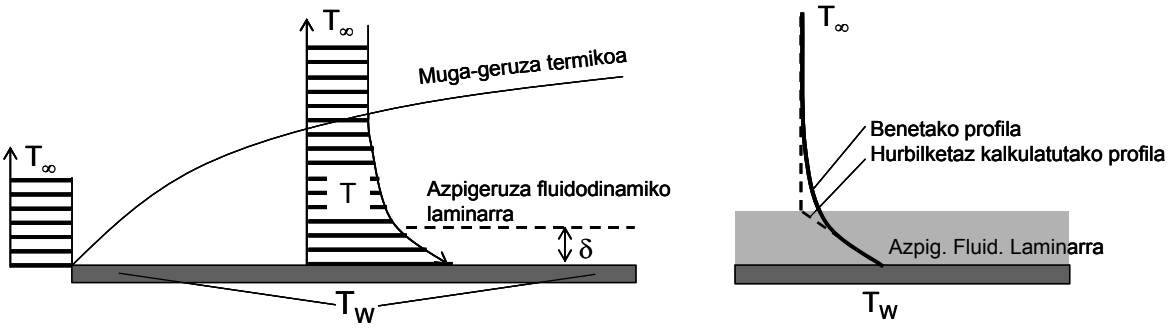
$$\frac{\dot{Q}_{eroap}}{A} = -k_{jariagaia} \cdot \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = \frac{\dot{Q}_{konb}}{A} = h \cdot (T_s - T_\infty) \tag{4.2}$$

Hau da, ukipen-gainazaleko eroapenezko bero-jarioa da konbekziozko bero-jarioa. Ekuazio horretatik zera lortzen da:

$$h = \frac{-k_{jariagaia} \cdot \left.\partial T/\partial y\right|_{y=0}}{(T_s - T_\infty)} \tag{4.3}$$

Lekuko konbekziozko koefizientea adierazten du adierazpen horrek. Gainazal osoan baldintzak alda daitezkeenez, puntu bakoitzean h bana dago. Sarri, gainazal osoaren batez besteko koefizientea erabiltzen da:

$$\bar{h} = \frac{1}{L} \cdot \int_0^L h_x \cdot dx \tag{4.4}$$



1. irudia. *Xafla bero baten eta jariagaiaren arteko bero-transmisioa*.

4.3 NUSSELT ZENBAKIA

Konbekziozko bero-transmisiorako dimentsio gabeko zenbaki garrantzitsuenetakoa da, eta horrela definitzen da:

$$Nu=\frac{h\cdot L_{ez}}{k} \tag{4.5}$$

h eta k dira jariagaiaren konbekziozko eta eroapenezko koefizienteak, hurrenez hurren; L_{ez}, luzera ezaugarria.

Nusselt zenbakiaren esangura fisikoa hau da: jariagaiaren muinean konbekzioz gertatzen den bero-jarioaren eta eroapenez gertatzen denaren arteko erlazioa. Nu handiagoa den heinean, orduan eta eraginkorragoa da gainazal solidoaren eta jariagaiaren arteko bero-jarioa.

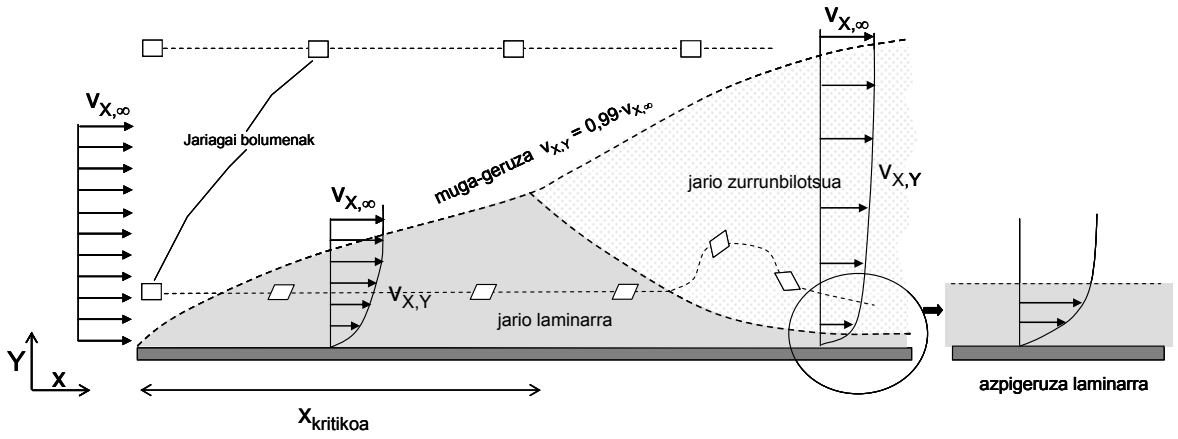
Nusselt zenbakia beste era honetan ere idatz daiteke:

$$Nu=\left.\frac{\partial\left(\frac{T_s-T}{T_s-T_\infty}\right)h\cdot L_{ez}}{\partial\left(\frac{y}{\delta_t}\right)}\right|_{y/\delta_t=0} \tag{4.6}$$

hau da, dimentsio gabeko tenperatura gradiente gisa ere defini daiteke.

4.4 PRANDLT ZENBAKIA

2. irudian adierazten da jariagai baten eta solido baten arteko ukipen-gainazalaren inguruetan gertatzen dena, alegia, muga-geruza hidrodinamikoaren garapena. Laburtuz, ukipena gertatzen den puntutik aurrera, abiadura gradientea eratortzen da jariagaiaren muinean, muga-geruza izeneko eremuan: sarreratik luzera kritiko bateraino, jario laminarra du. Aurrerago, aldiz, eremu zurrunbilotsura heltzen da, tarteko egoera batetik pasatuz. Ikusten denez, jario zurrunbilotsua duen eremuan, jario laminarreko azpigeruzak iraun egiten du gainazal solidoaren inguruetan.



2. irudia. *Muga-geruza hidrodinamikoaren garapena.*

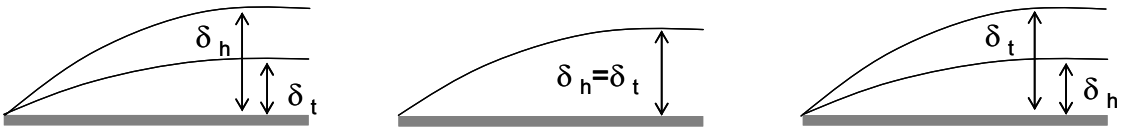
Antzekoa gertatzen da tenperaturarekin, 1. irudian erakutsi den bezala. Orain, muga-geruza termikoa garatzen da jariagaiaren eremu batean.

Muga-geruza hidrodinamikoaren eta termikoaren lodierak δ_h eta δ_t dira, hurrenez hurren. Biak handituz doaz jarioaren norabidean. Gogora dezagun muga-geruzaren lodiera dela gainazaletik gradiente osoaren % 99a den arteko luzera, eta jariagaiaren muin gisa ezagutzen dela handik kanpo dagoena.

Prandtl zenbakiak ematen du bi muga-geruza horien lodieren arteko erlazioa, eta horrelakoa da:

$$Pr = \frac{\mu \cdot C_p}{k} \tag{4.7}$$

3. irudian Pr zenbakiaren araberako δ_h eta δ_t erakusten dira.



Pr>>1 (olioak) Pr=1 (gasak) Pr<<1 (metal likidoak)

3. irudia. *Muga-geruza hidrodinamikoaren eta termikoaren lodieren erlazioa.*

Muga-geruza hidrodinamikoan, honako hau da marruskaduragatiko ukipen-gainazaleko ebakidura-indarra:

$$\tau_{ebak} = \mu \cdot \left.\frac{\partial V}{\partial y}\right|_{y=0} \tag{4.8}$$

Erabilgarriagoa da, ordea, honako adierazpen enpiriko hau:

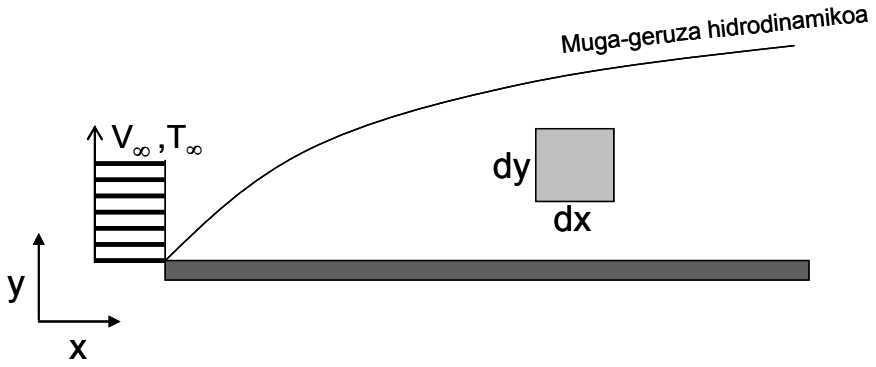
$$\tau_{ebak} = \frac{F_{ebak}}{A} = C_f \cdot \frac{\rho V^2}{2} \tag{4.9}$$

zeinetan C_f marruskadura-zenbakia baita.

4.5 PROPIETATE HEDAGARRIEN IRAUPEN-LEGEAK

Har dezagun xafla lau batek sortutako muga-geruza termikoaren eta muga-geruza hidrodinamikoaren barruan dagoen jariagai zati bat, eta gara ditzagun harentzako propietate hedagarrien iraupen-legeak.

Muga-geruzan $\frac{\partial P}{\partial x} \approx 0$ eta $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \approx 0$ direlako, 4.1 taulako adierazpenak lortuko dira.



4. irudia. *Muga-geruza hidrodinamikoan propietate hedagarrien balantzea egiteko bolumen-elementua.*

4.1 taula. *Propietate hedagarrien iraupen-ekuazioak.*

Propietatea	Iraupen-ekuazio diferentziala	Muga-baldintzak	
Masa	$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$		(4.10)
Mugimendu kantitatea	$\rho\cdot\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=\mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$	$u(0,y)=u_x$ $u(x,0)=0;\ v(x,0)=0$ $u(x,\infty)=u_\infty$	(4.11)
Energia	$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$	$T(0,y)=T_\infty$ $T(x,0)=T_s$ $T(x,\infty)=T_\infty$	(4.12)

Ohartzen bagara, analogoak dira mugimendu kantitatearen iraupen-ekuazioak eta energiaren iraupen-ekuazioak.

Blasius-ek egin zuen mugimendu kantitatearen ekuazioaren integrazioa, eta handik integra zitekeen energiaren ekuazioa. 4.2 taulako erlazioak lortzen dira marruskadura-koefizientearentzat eta Nusselt zenbakiarentzat.

4.2 taula. *C_f eta Nu arteko erlazioak.*

Koefizientea		Ekuazioa	Baldintzak	
Marruskadura koefizientea	Lekukoa	$C_{f,x}=0,664Re_x^{-1/2}$	$Re_x<5\cdot10^5$	(4.13)
		$C_{f,x}=0,0576\cdot Re_x^{-0,2}$	$Re_x>5\cdot10^5$	(4.14)
	Batezbestekoa	$\overline{C_f}=1,33\cdot Re_x^{-1/2}$	$Re_L<5\cdot10^5$	(4.15)
		$\overline{C_f}=0,072\cdot\left[Re_L^{-0,2}-0,0464\left(x_{krit}/L\right)\right]$	$Re_x>5\cdot10^5$	(4.16)
Konbekziozko koefizientea	Lekukoa	$Nu_x=\frac{h_x\cdot x}{k}=0,332\cdot Pr^{1/3}\cdot Re_x^{1/2}$	$Pr>0,6$ $Re_x<5\cdot10^5$	(4.17)
		$Nu_x=\frac{h_x\cdot x}{k}=0,0288\cdot Pr^{1/3}\cdot Re_x^{0,8}$	$Pr>0,6$ $Re_x>5\cdot10^5$	(4.18)
	Batezbestekoa	$\overline{Nu_L}=\frac{\overline{h_L}\cdot L}{k}=0,664\cdot Pr^{1/3}\cdot Re_L^{1/2}$	$Pr>0,6$ $Re_L<5\cdot10^5$	(4.19)
		$\overline{Nu_L}=\frac{\overline{h_L}\cdot L}{k}=0,036\cdot Pr^{1/3}\cdot\left[Re_L^{0,8}-23200\right]$	$Pr>0,6$ $Re_x>5\cdot10^5$	(4.20)

Eta bi muga-geruzen lodierak erlazionatzeko:

$$\delta_t=\delta_h\cdot Pr^{-1/3} \qquad (4.21)$$

Aurreko ekuazio guztietan, muga-geruzaren batez besteko tenperaturan neurtu behar dira jariagaiaren propietateak.

Aurreko ekuazioez gain, oso erabiliak dira beste bi antzekotasun-ekuazio, marruskadura-zenbakia eta konbekziozko koefizientea erlazionatzen dituztenak. Gogora dezagun antzeko iraupen-ekuazioak jarraitzen dituztela biek; haatik, 4.3 taulako antzekotasun-adierazpen hauek.

4.3 taula. *Antzekotasun-erlazioak.*

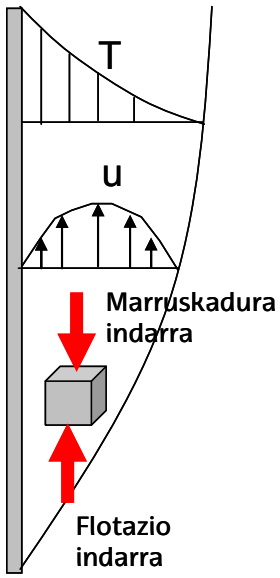
Izena	Antzekotasuna	Baldintzak	
Reynolds	$C_{f,x}\cdot\frac{Re_L}{2}=Nu_x$	$Pr\approx1$	(4.22)
Chilton-Colbourn	$\frac{C_{f,x}}{2}=\frac{h_x}{\rho C_p V}Pr^{2/3}\equiv j_H$	$0,6<Pr<60$	(4.23)

5
BEREZKO KONBEKZIOA

5.1 BEREZKO KONBEKZIOA

Konbekzioa berezkoa dela esaten da tenperatura-gradienteak sortzen duenean. Erraz erator daiteke egoera indartuan baino bero-jario txikiagoak lortzen direla.

Har dezagun 5.1 irudiko gainazal lau bertikal batek jariagai bat berotzen duela ($T_S > T_\infty$). Berotu den jariagaiaren goranzko jarioan (dentsitate txikiagoa baitu) muga-geruza sortzen da. (Gainazala hotzagoa bada, irudia alderantzizkoa izango litzateke, beheranzko mugimenduarekin). Ohar gaitezen, gainera, δ_h eta δ_t antzekoak direla Pr~1 denean.



5.1 irudia. *Muga-geruza barruko bolumen-elementua, eta T eta u gradienteak.*

Arkimedesen printzipioak dioenez, gorputz bat jariagai baten muinean murgiltzean, hark bultzada-indarra jasango du, desplazatzen duen jariagai-bolumenaren pisuaren baliokidea, goranzko norabidean. Halako zerbait gertatuko zaio dentsitate desberdina duen jariagai bati.

Defini dezagun hedatze termikoaren koefizientea:

$$\beta=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial T}\bigg|_P=-\frac{\rho_\infty-\rho}{\rho\cdot(T-T_\infty)}=-\frac{(1-\rho_\infty/\rho)}{\rho\cdot(T-T_\infty)} \qquad (5.1)$$

ρ_∞ eta ρ, jariagaiaren dentsitateak dira muga-geruzatik at eta muga-geruzan, hurrenez hurren. Gas idealetan $\beta=1/T$ da, eta likido askorentzako tauletan agertzen da. β-ren araberakoa da Arkimedesen printzipioan gertatzen den bultzada-indarra.

Honelakoak dira muga-geruzako jariagai-elementu baten mugimendu kantitatearen eta energiaren iraupen-legeak:

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=v\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+g\beta(T-T_\infty) \qquad (5.2)$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad (5.3)$$

(u) bultzada-indarren eraginez sortutakoa da X norabideko abiaduraren osagaia.

Muga-geruzarentzat h-rengan eragiten duten aldagaiak identifikatuz egingo da dimentsio-analisia.

$$\bar{h}=f(k,|T_S-T_\infty|,L,\mu,\rho,\alpha,\beta,g) \qquad (5.4)$$

Zeinetan eragina baitute jariagaiaren propietate fisikoek (k, μ, ρ, α), grabitatearen azelerazioak (g), tenperatura-gradiente osoak ($|T_S-T_\infty|$) eta gainazalaren luzera-ezaugarriak (L). Luzera-ezaugarria da bertikalean duen luzera. Adibidez, zutikako hodi baten luzera-ezaugarria da horiaren luzera, baina, etzanda badago, hodiaren diametroa.

Honako dimentsio gabeko zenbakien erlazio hauek lortzen dira:

$$Nu_L=f(\underbrace{Ra}_{\text{garrantzitsuena}},Pr) \qquad (5.5)$$

$$Gr_L=\frac{g\cdot\beta\cdot\Delta T\cdot L^3}{\nu^2} \qquad (5.6)$$

$$Ra=Gr_L\cdot Pr=\frac{g\cdot\beta\cdot\Delta T\cdot L^3}{\alpha\cdot\nu} \qquad (5.7)$$

Gr_L Grashoff zenbakia da, eta adierazten du flotazio-indarren eta biskositate-indarren arteko erlazioa, 5.1 irudian agertzen den moduan. Reynolds zenbakiaren baliokidea da berezko konbekziozko bero-transmisioan, muga-geruzaren jarioa laminarra edo zurrunbilotsua den jakiteko. Rayleigh zenbakia (Ra), aldiz, Grashoff eta Prandlt zenbakien biderkadura da. 5.2 irudian ikusten da muga-geruza termikoaren jario laminarraren eta zurrunbilotsuaren diferentzia gainazal lau bertikal batean egindako

interferometriarekin (argi bereziarekin egindako argazki mota da hori, dentsitate desberdineko eremuak kolore desberdinez agerrarazten dituena).

5.2 irudia. *Interferometriaz muga-geruza termikoa*.

Tauletan agertzen dira hainbat geometrientzako Nu=f(Ra) funtzioak. Garrantzitsua da jakitea jariagaiaren propietateek zer tenperaturatan egon behar duten aukeratzen den adierazpenean. Gehienetan muga-geruza termikoaren batez besteko tenperaturan kalkulatzen dira, hots, $\overline{T}=0,5\cdot\left(T_S+T_\infty\right)$ tenperaturan, β ezik (hau T_∞ tenperaturan emanda baitago). Gr zenbakiaren balio txikietarako ematen diren adierazpenenek errore handiegia izan dezakete.

5.2 BEREZKO KONBEKZIOA INGURAMEN ITXIETAN

Berezko konbekzioa inguramen itxi baten barruan gertatzen denean, berotu den jariagaiak goranzko joera du (arinagoa baita), eta inguramenaren forma jarraitzen du bere ibilbidean; ibilbidean beroa galtzen du, hoztu eta berriro beherako joera hartzen du. Hala, berez sortutako zurrunbiloak edo konbekzio-korronteak agertzen dira, geldikor balego baino bero-jario handiagoa emanez. Halako inguramen itxiko jariagaia ez dago egoera egonkorrean, beti baitago jariagaiaren mugimendua.

Azter ditzagun bi egitura desberdin: batak goialdean du gainazal beroa; besteak, behealdean. Lehenengo kasuan ez da konbekzio-korronterik eratorriko, beti behealdean baitago jariagai astuna; arina goialdean dago, eta eroapen hutsez gertatuko da bero-jarioa.

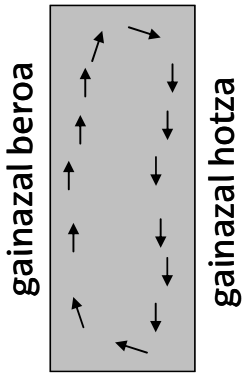
Bigarren kasuan, aldiz, konbekzio-korronteak eratortzen dira, behealdean jariagai arina eta goialdean jariagai astuna daudelako. Gainazal beroa eta hotza aldamenetakoak badira, han ere konbekzio-korronteak eratortzen dira.

Halako sistemarentzat horrela definitzen da Rayleigh zenbakia:

$$Ra_L = \frac{g \cdot \beta \cdot \left(T_{beroa} - T_{hotza}\right) \cdot L^3_{hotza\text{-}beroa}}{\nu^2} \cdot Pr \qquad (5.7)$$

T_{beroa} eta T_{hotza} bi gainazalen tenperaturak dira, eta $L_{hotza\text{-}beroa}$ bi gainazalen arteko distantzia. Jariagaiaren propietateak $\overline{T} = 0{,}5 \cdot \left(T_{beroa} + T_{hotza}\right)$ tenperaturan neurtuko dira.

Har dezagun jariagai bat 5.3 irudiko inguramen itxian.



5.3 irudia. *Itxitura baten barruan konbekzioa*.

Honako hau da bi gainazalen arteko bero-jarioa:

$$\dot{Q} = h \cdot A \cdot \left(T_{beroa} - T_{hotza}\right) \qquad (5.8)$$

$h = \frac{k \cdot Nu}{L}$ denez:

$$\dot{Q} = k \cdot Nu \cdot A \cdot \frac{\left(T_{beroa} - T_{hotza}\right)}{L} \qquad (5.9)$$

Hau da, konbekziozko bero-jarioa izan arren, eroapen-ekuazioaren itxura du, eta $k_{erag} = k \cdot Nu$ eroapen termiko eraginkorra deritzo.

Bibliografian aurki daitezke hainbat geometriarentzako $Nu_L = f(Ra_L, Pr)$ eta $k_{erag} = f(Ra_L, Pr)$ adierazpenak.

6
ERAGINDAKO KONBEKZIOA

6.1 ERAGINDAKO KONBEKZIOA

Eragindako konbekzioa dela esaten da konbekziozko korronteak kanpoko eraginez sortzen direnean (irabiagailuarekin, ponparekin, haizagailuarekin...). Erraz erator daiteke eragindako konbekzioak berezkoak baino bero-jario handiagoak sortuko dituela. Gai honetan, bereizi egiten da kanpo-jarioan izandako bero-transmisioaren eta barne-jarioan izandako bero-transmisioaren artean.

6.2 KANPO-JARIOAN FENOMENO EZAUGARRIAK

Gorputz solido batek bi indar jasaten ditu jariagai baten muinean mugitzen denean: (i) arraste-indarra (marruskadura), jarioaren norabidean, eta (ii) goranzko bultzada-indarra, biak jarioarekiko elkarzutak.

Honela definitzen da jariagai baten muinean mugitzen den gorputz baten arraste-koefizientea:

$$C_D = \frac{2 \cdot F_D}{\rho \cdot V^2 \cdot A} \tag{6.1}$$

zeinetan A jarioaren aurrez aurreko azalera baita bolumendun gorputzetan, eta jarioaren norabideko ukipen-azalera gainazal meheetan.

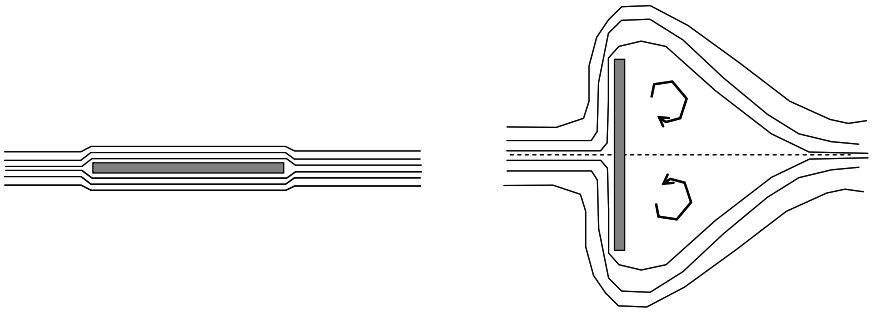
Gerta daiteke solidoaren forma batzuekin eta jarioaren ezaugarri batzuekin muga-geruza bereiztea. Honek presio txikiagoko eremua sortzen du solidoaren atzealdean eta, ondorioz, mugimenduari erresistentzia eskainiko dio, forma-erresistentzia izenekoa.

Arraste-koefizienteak bi batugai ditu: marruskadura-koefizientea (gainazaleko marruskadura), jarioaren eta gainazal solidoaren artean sortzen dena (C_f), eta forma-koefizientea (C_S), presioak sortua eta solidoaren formaren mendekotasun handikoa:

$$C_D = C_f + C_S \tag{6.2}$$

Gainazal mehe baten inguruko jario paraleloarentzat $C_D = C_f$ marruskadura-koefizientea bihurtzen da. Bestalde, gainazalaren zimurtasunak ere eragin dezake C_f

balioan: jario laminarrean $C_f = f(\varepsilon)$ bada, jario zurrunbilotsuan ez du halako mendekotasunik. Zenbat eta atzerago gertatu solidoan muga-geruza bereiztea, orduan eta forma-erresistentzia txikiagoa dago; marruskadura handituz lor daiteke hori.



6.1 irudia. *Gainazaleko erresistentzia eta forma-erresistentzia*.

C_S, aldiz, eraso-aurpegiko presioaren eta irteera-aurpegiko presioen arteko diferentziaren eta aurrez aurreko azaleraren mendekoa da. Horregatik, gainazal lau mehearen kasuan, $C_P \sim 0$ da.

Gainazal kurbatu baten inguruko jarioan, oso handia bada eraso-abiadura, banatu egin daiteke muga-geruza solidoaren gainazaletik, lehen esandakoaren arabera.

6.3 KANPO-JARIOAN ERAGINDAKO KONBEKZIOA

Arraste-indarrean gertatzen den bezala, antzeko fenomenoak gertatzen dira gainazal solido baten kanpoaldearen eta inguruko jariagaiaren arteko bero-transmisioan ere. Fenomeno horiek guztiak kontuan hartu beharko ditu Nusselt zenbakiak. Jarraian, hainbat geometriarentzat lortzen diren adierazpenak ematen dira.

6.3.1 Xafla lau mehe isotermoa

Halakoan, muga-geruza hidrodinamikoa laminarra izatetik zurrunbilotsu izatera igarotzeko Re balioari $Re_{kritikoa}$ deritzo,

$$Re_{krit} = \frac{x_{krit} \cdot V \cdot \rho}{\mu} \tag{6.3}$$

eta $Re_{krit} = 10^5 - 3 \cdot 10^6$ da, zimurtasunaren eta turbulentziaren arabera.

Xafla osoan jario mota berdina badago, 6.1 taulako adierazpenak lor daitezke:

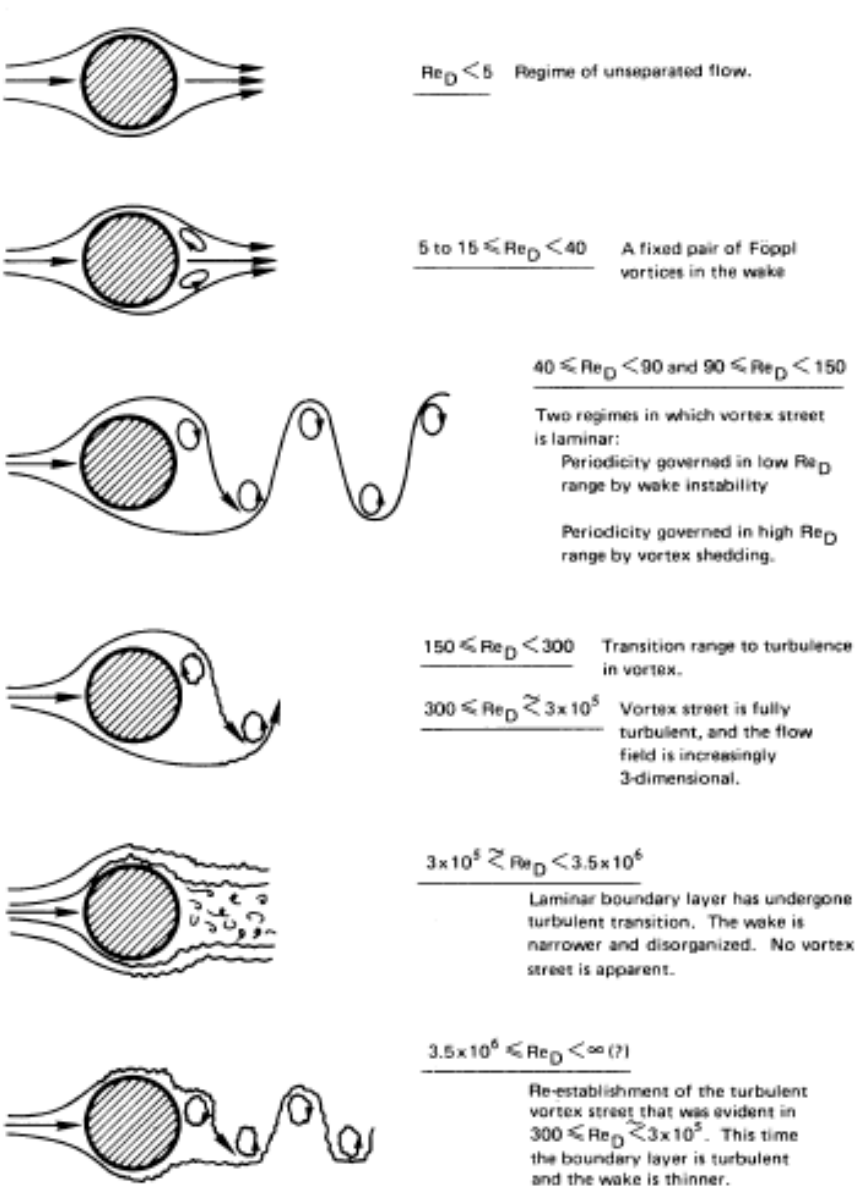
6.1 taula. *Xafla lauan konbekziozko bero-transmisioa.*

	Aldagaia	Adierazpena	Baliagarritasun tarteak	
Jario laminarra	Lekuko marruskadura-koefizientea Muga-geruzaren lodiera	$C_{f,x}=\frac{0,664}{Re_x^{0,5}}$ $\delta_x=\frac{5\cdot x}{Re_x^{0,5}}$	$Re_x < 5\cdot10^5$	(6.4)
	Lekuko konbekzio-koefizientea	$Nu_x=\frac{h_x\cdot x}{k}=0,332\cdot Re_x^{0,5}\cdot Pr^{1/3}$	$Re_x < 5\cdot10^5$ $Pr > 0,6$	(6.5)
	Batez besteko marruskadura-koefizientea	$C_f=\frac{1,328}{Re_L^{0,5}}$	$Re_x < 5\cdot10^5$	(6.6)
	Batez besteko konbekzio-koefizientea	$Nu=\frac{h\cdot L}{k}=0,664\cdot Re_L^{0,5}\cdot Pr^{1/3}$	$Re_x < 5\cdot10^5$	(6.7)
Jario zurrunbilotsua	Lekuko marruskadura-koefizientea	$C_{f,x}=\frac{0,0592}{Re_x^{0,2}}$ $\delta_x=\frac{0,382\cdot x}{Re_x^{0,2}}$	$5\cdot10^5 < Re_x < 10^7$	(6.8)
	Lekuko konbekzio-koefizientea	$Nu_x=\frac{h_x\cdot x}{k}=0,0296\cdot Re_x^{0,8}\cdot Pr^{1/3}$	$5\cdot10^5 < Re_x < 10^7$ $0,6 \le Pr \le 60$	(6.9)
	Batez besteko marruskadura-koefizientea	$C_f=\frac{0,074}{Re_L^{0,2}}$	$5\cdot10^5 < Re_x < 10^7$	(6.10)
	Batez besteko konbekzio-koefizientea	$Nu=\frac{h\cdot L}{k}=0,037\cdot Re_L^{0,8}\cdot Pr^{1/3}$	$5\cdot10^5 < Re_x < 10^7$ $0,6 \le Pr \le 60$	(6.11)

Xafla lau mehean bero-jario uniformea badago, h-ren balio handiagoak ematen dituzten beste adierazpen batzuk daude.

6.3.2 Zilindro eta esfera isotermoak (zilindroarekiko jario perpendikularra)

Ingeniaritza kimikoaren ikuspegitik, aplikazio handiko bi geometria dira. Luzera-ezaugarria diametroa da.



6.2 irudia. *Zilindroen inguruko jarioan garatzen diren erregimen motak*.

Arraste-koefizientearengan eragina dute Re eta zimurtasun erlatiboak (ε/D). Laburtuz, Re handitzean C_D txikituz doa. $10^3 < Re < 10^5$ tartean, C_D nahiko berdintsu mantentzen da, eta $2 \cdot 10^5$ inguruan, bat-batean txikitu egiten da muga-geruza hidrodinamikoa, laminarra izatetik zurrunbilotsu izatera pasatzen delako. Horrek atzeratu egiten du solidoan muga-geruza bereiztea. Esperimentalki ikusi izan da muga-geruza bereiztea θ =80º eta 140º-ko eraso-angelu inguruetan gertatzen dela jario laminarreko eta jario zurrunbilotsuko gainazal lauaren kasuetan, hurrenez hurren. Horregatik, lekuko Nu zenbakia izugarri aldatzen da angeluarekin eta Re zenbakiarekin.

Zilindroa eta esfera bolumendun solidoak izanik, zimurdura erlatiboa (ε/D) handitu ahala, muga-geruza zurrunbilotsu izatera igarotzen deneko Re txikiagoa da, eta horrek C_D txikitzea dakar.

Zilindroarentzako zein esferarentzako batez besteko Nu koefiziente hauek erabiltzen dira:

$$Nu_{zil}=0,3+\frac{0,62\cdot Re^{0,5}\cdot Pr^{1/3}}{\left[1+\left(0,4/Pr\right)^{2/3}\right]^{0,25}}\cdot\left[1+\left(\frac{Re}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \qquad (6.12)$$

$$Nu_{esf}=2+\left[0,4\cdot Re^{0,5}+0,06\cdot Re^{2/3}\right]\cdot Pr^{0.25}\cdot\left(\frac{\mu_\infty}{\mu_S}\right)^{1/4} \qquad (6.13)$$

Beste geometria batzuentzako bibliografian agertzen dira erabili beharreko ekuazioak, taularatuta, eta, oro har, honako itxura hau dute:

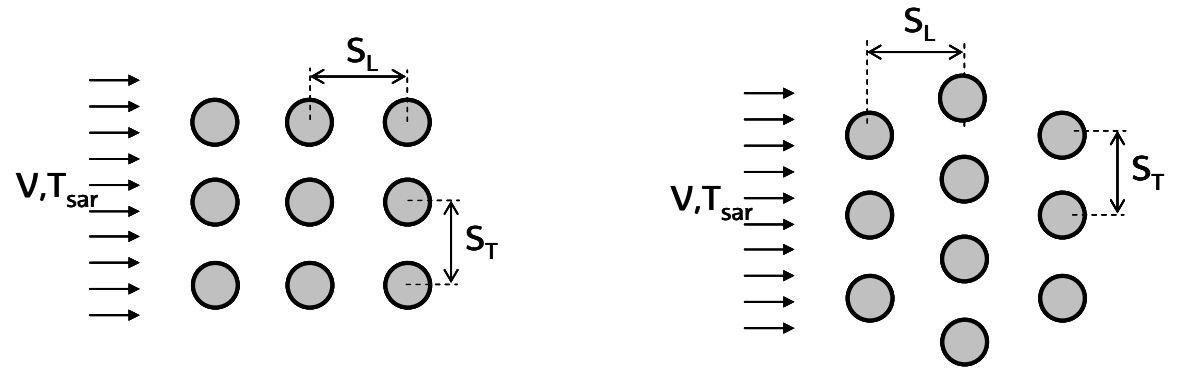
$$Nu = C\cdot Re^{m}\cdot Pr^{n} \text{ (n=1/3, gehienetan)} \qquad (6.14)$$

6.3.3 Hodi sorten zeharreko jarioa

Orain artekoa, esfera edo zilindro bakarrari dagokion bero-transmisioarentzat ikusi da. Baina ingeniaritza kimikoko hainbat eragiketek hodi sortak erabiltzen dituzte: hodia-eta-inguramena erako bero-trukagailuak, kondentsagailu eta lurrungailuak...

Hodi sortetan, hodiak lerrokatuak zein mailakatuak egon daitezke, jarioaren norabideari dagokionez. Luzera-ezaugarria hodiaren kanpo-diametroa (D) bada, hauek dira antolamenduaren ezaugarriak: zeharreko distantzia (S_T), luzetako distantzia (S_L) eta diagonaleko distantzia (S_D).

$$S_D=\sqrt{S_L^2+\left(S_T/2\right)^2} \qquad (6.15)$$



6.3 irudia. *Hodi sorta lerrokatuak (ezkerrean) eta mailakatuak (eskuinean).*

Hodi sortak osatzen duen antolamendura sartzerakoan, txikitu egiten da jariagaiak zirkulatzeko duen azalera, are gehiago antolamendu lerrokatuan. Horrek handitu

egiten du jariagaiaren abiadura V_{max} izatera arte, eta abiadura hori da Re kalkulatzeko eta diseinuan erabiltzen den abiadura-ezaugarria.

$$Re_D = \frac{D \cdot V_{max} \cdot \rho}{\mu} \tag{6.16}$$

Antolamendu lerrokatuan:

$$V_{max} = \frac{S_T}{S_T - D} \cdot V \tag{6.17}$$

Antolamendu mailakatuan $S_D < (S_T + D)/2$ bada:

$$V_{max} = \frac{S_T}{2(S_D - D)} \cdot V \tag{6.18}$$

Zukauskas-ek proposatutako adierazpenekin egiten da halako sistemen analisia. Re_D desberdinentzako adierazpenak taularatuta daude, jarioaren norabidean 16 hodi-zutabe edo gehiagorentzat.

$$Nu_D = C \cdot Re_D^m \cdot Pr^n \cdot \left(Pr_\infty / Pr_S\right)^{0,25} \tag{6.19}$$

6.19 ekuazio motako adierazpenak erabiltzen dira. 16 baino hodi-zutabe gutxiago badira, zuzendu egiten da 6.19 ekuazioarekin kalkulatutako Nusselt zenbakia, F zuzenketa-faktore batekin biderkatuz (hau ere taularatuta dago). Korrelazio horietan guztietan, jariagaiaren propietateak neurtuta daude hodi sortaren sarrera- eta irteera-tenperaturen batez besteko tenperaturan: $\overline{T} = 0,5 \cdot \left(T_{sar} + T_{irt}\right)$.

Hodi sortaren irteeran jariagaiaren tenperatura kalkulatzeko eta hodi sorta osoan trukatutako beroa kalkulatzeko, honako energia-balantze hauek erabiliko dira:

$$T_{irt} = T_s - \left(T_s - T_{sarrera}\right) \cdot e^{\left(\frac{A_{osoa} \cdot h}{\dot{m} \cdot C_p}\right)} \tag{6.20}$$

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot C_p \cdot \left|T_{sar} - T_{irt}\right| \tag{6.21}$$

T_S hodien gainazaleko tenperatura da; A_{osoa} hodi guztien artean eskaintzen den ukipen-azalera ($N \cdot \pi \cdot D \cdot L$); $\dot{m}$ jariagaiaren emari masikoa ($\rho \cdot V \cdot N_T \cdot S_T \cdot L$).

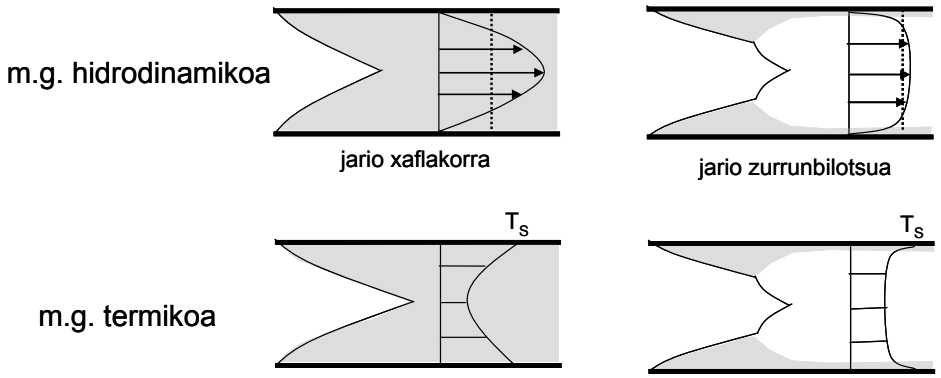
Ohart gaitezen kalkulua iteratiboa dela: T_{irt} esleitzen da, harekin kalkulu guztiak egiten dira, eta esleitutako balioa egokia dela frogatzen da. Hala ez bada, beste irteerako tenperatura esleitzen da.

6.4 BARNE-JARIOA

Jariagai batek inguramen baten barrutik badario, barne-jario deritzo. Jariagaiaren eta hodiaren artean bero-transmisioa gertatuko da, baldin eta tenperatura gradientea badago.

Hodiaren sekzioa edozein izanda ere, Re zenbakiak ($Re=\frac{D_{bal}\cdot V\cdot \rho}{\mu}$) esango du jarioa laminarra (Re ‹ 2100), tartekoa (2100 ‹ Re ‹ 10^4) edo guztiz zurrunbilotsua (Re › 10^4) den. Ohart gaitezen hodiaren sekzioa ez bada zirkularra, D_{bal} erabili behar dela adierazpen guztietan, Nu zenbakian barne.

Gogora dezagun muga-geruza hidrodinamikoa eta termikoa garatzen direla gainazal solidoaren inguruko jariagaiaren eremu batean. Barne-jarioan, inguramen osoko muga-geruzak bat egiten du hodiaren sarreratik distantzia batera dagoen ardatzean.



6.4 irudia. *Muga-geruza hidrodinamikoaren eta termikoaren garapena hoditerian.*

Perimetro osoko muga-geruza hidrodinamikoa elkartzen den puntura arteko luzera horri sarrerako luzera hidrodinamikoa deritzo (L_h), eta esaten da hidrodinamikoki guztiz garatua dagoela hortik aurrerako eremua. Jario xaflakorrean abiadura profila parabolikoa izango da, eta jario zurrunbilotsuan, aldiz, apaldua.

Muga-geruza termikoa elkartzen den luzerari, aldiz, sarrerako luzera termikoa deritzo (L_t), eta esaten da termikoki guztiz garatua dagoela hortik aurrerako eremua. Pr ~ 1 denean, $L_t \sim L_h$ izan ohi da, eta Pr ››1 denean, aldiz, $L_t \rangle L_h$.

Halaber, guztiz garatutako eremuan, konstante mantentzen dira bai marruskadura-zenbakia (f) bai konbekzio termikorako koefizientea (h), hodian aurrera joan ahala. Sarrerako eremuan, aldiz, oso azkar txikitzen dira, hodi-sarreratik L_h eta L_t izan arte, hurrenez hurren.

Jario xaflakorrerako, honako adierazpen hauek ematen dituzte sarrerako luzerak, D diametroko hodian:

$$L_{h,xaflak} \approx 0{,}05 \cdot Re \cdot D \tag{6.22}$$

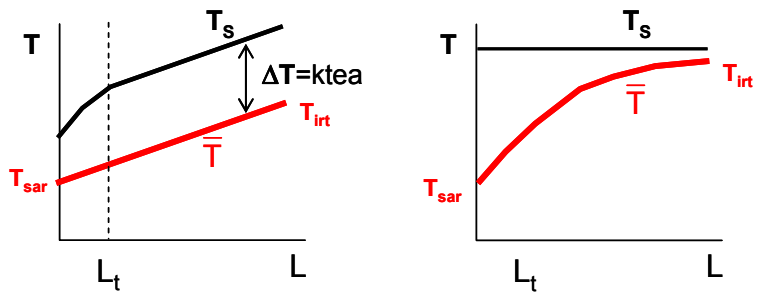
$$L_{t,xaflak} \approx 0{,}05 \cdot Re \cdot Pr \cdot D = L_{h,xaflak} \cdot Pr \tag{6.23}$$

Jario zurrunbilotsurako, honako adierazpen hauek ematen dituzte sarrerako luzerak:

$$L_{h,zurrunb} = 1{,}359 \cdot Re^{0{,}25} \tag{6.24}$$

$$L_{t,zurrunb} \approx L_{h,zurrunb} \approx 10 \cdot D \tag{6.25}$$

Jariagaiak hodi batetik darionean, bi muturretako egoera gerta daiteke bero-transmisioari dagokionez: (i) gainazalaren eta jariagaiaren artean azalera-unitateko bero-jario konstantea egotea ($\dot{q}_S = $ konstantea), eta (ii) gainazaleko tenperatura konstantea izatea ($T_S = $ konstantea). Bi egoerak agertzen dira 6.5 irudian.



6.5 irudia. $\dot{q}_S = $ *konstantea denerako (ezkerrean) eta* $T_S = $ *konstantea denerako tenperatura-bilakaerak.*

$\dot{q}_S = $ konstantea denerako, horrelako adierazpena lortzen da jariagaiaren irteerako tenperatura kalkulatzeko entalpia-balantzea egitean:

$$T_{irt} = T_{sar} + \frac{\dot{q}_S A_S}{\dot{m} C_p} \tag{6.26}$$

$T_S = $ konstantea denean, aldiz, horrela kalkula daitezke trukatutako jariagaiaren irteerako tenperatura eta trukatutako beroa:

$$T_{irt} = T_S - (T_S - T_{sar}) \cdot e^{-\frac{h \cdot A_S}{\dot{m} C_p}} \tag{6.27}$$

$$\dot{Q}_S = h \cdot A_S \cdot \Delta T_{BL} \tag{6.28}$$

6.4.1 Jario xaflakorra

Hauek dira jario xaflakorraren ezaugarri hidrodinamikoak:

$$\begin{aligned} f &= \frac{64}{Re} \\ V(r) &= 2 \cdot \overline{V} \cdot \left(1 - \left(r/R\right)^2\right) \\ V_{max}(r=0) &= 2 \cdot \overline{V} \end{aligned} \tag{6.29}$$

Jario xaflakorrean, Nu zenbakiak ematen ditu ezaugarri termikoak, eta hainbat geometriatarako tauletan agertzen dira.

6.4.2 Jario zurrunbilotsua

Jario zurrunbilotsua dela esan ohi da Re › 10^4 denean, hodi leunetan. Hodi latzetan, aldiz, Re handiagoak behar dira jarioa guztiz zurrunbilotsu bihurtzeko.

Horrela kalkula daitezke hodi leunetarako marruskadura-koefizientea eta Nu zenbakia:

$$f = \left(0{,}79 \cdot \ln Re - 1{,}64\right)^{-2} \quad 10^4 < Re < 10^6 \tag{6.30}$$

$$Nu = 0{,}023 \cdot Re^{0{,}8} \cdot Pr^n \quad n = \begin{cases} 0{,}4, \text{berotu} \\ 0{,}3, \text{hoztu} \end{cases} \quad ; 10^4 < Re;\ 0{,}7 < Pr < 160 \tag{6.31}$$

Azken ekuazio hori Dittus-Boelter-en ekuazioa da, eta oso erabilia da barne-jario zurrunbilotsuan h-ren estimaziorako.

Ohart gaitezen adierazpen hauetan guztietan jariagaiaren propietateak mintzeko batez besteko tenperaturan neurtu behar direla, eta hodi-sarrerako eta -irteerako batezbestekoan. Jariagaiaren muineko tenperatura eta hormaren gainazaleko tenperatura oso desberdinak badira, likatasunaren zuzenketa egin behar da:

$$Nu_{zuzendua} = Nu \cdot \left(\frac{\mu_\infty}{\mu_S}\right)^r \tag{6.32}$$

6.5 ERAGINDAKO KONBEKZIOA

Orain arte azaldutakoaren arabera, $h_{eragindakoa}$ ›› $h_{berezkoa}$ dela ikusi da. Gainera, berezko konbekzioa arbuiatu egiten da eragindako konbekzioa dagoenean. Hurbilketa hori egokia izan daiteke jariagaiak abiadura oso handia badu; abiadura txikietan edo ez hain handietan, aldiz, antzeko balioak har ditzake konbekzio mota bakoitzarekin

izaten den bero-transmisioak. Orduan, nola jakin berezko konbekzioa konbekzio indartuarekiko arbuia daitekeen ala ez?

Horretarako, Gr/Re^2 dimentsio gabeko erlazioa erabiltzen da. Zenbaki horrek berezko eta eragindako konbekzioen arteko erlazioa ematen du, eta honako egoera hauek gerta daitezke:

$$Gr/Re^2 = \begin{cases} <0,1 & :\text{indartua} >> \text{berezkoa} \\ 0,1\text{-}10 & :\text{indartua} \approx \text{berezkoa} \\ >10 & :\text{indartua} << \text{berezkoa} \end{cases}$$

Eragindako konbekzioa dago ingeniaritza kimikoan erabiltzen diren ekipo gehienetan. Baina ikusi dugunez, baldintza jakin batzuetan eragindako konbekzioak bezain besteko indarra izan dezake berezko konbekzioak. Hala, berdinak ala aurkakoak izan daitezke bultzada-indarrak eragindako mugimenduaren noranzkoa eta eragindako korrontearen noranzkoa, eta ondorioak guztiz bestelakoak. Har dezagun zutikako gainazala, behealdean haizagailua duela eragindako korrontea goranzkoa izan dadin.

Gainazal hotza bada, bultzada-indarrek beheranzko noranzko-jarioa eragiten dute, eta berezko konbekzioak oztopatu egiten du eragindako konbekzioa, bero-jarioa gutxituz.

Gainazal beroa bada, bultzada-indarrek goranzko noranzko-jarioa eragiten dute, eta berezko konbekzioak indartu egiten du eragindako konbekzioa, bero-jarioa handituz.

Esperimentalki behatutakoaren arabera, 6.32 ekuazioko korrelazioaren erako adierazpenak hartzen ditu kontuan bi konbekzioak, n=3 zutikako gainazalentzat eta n = 4 etzandako gainazalentzat.

$$Nu_{konbinatua} = \left(Nu_{erag}^n \pm Nu_{berez}^n\right)^{1/n} \qquad (6.33)$$

7
BERO-TRANSMISIOA FASE-ALDAKETAREKIN

7.1 BERO-TRANSMISIOA FASE-ALDAKETAREKIN

Irakiteak eta kondentsatzeak berezitasunak dituzten arren, konbekzio moduan aztertzen dira, haietan jariagaiaren mugimendua dagoelako. Hauek dira berezitasun nagusiak: (i) tenperatura-aldaketarik gertatu gabe izaten dela bero-jarioa (bero sorra); (ii) likido-lurrun gainazal-tentsioak eragina duela; eta (iii) bi faseen propietateek eragiten dutela. Ingeniaritza kimikoaren arloan maiz agertzen dira, adibidez, energia-ekoizpen plantetan (turbinetan presio handiko lurrun zikloak), lurrungailuetan, hozte-zikloetan, eta abar.

7.2 IRAKITEA

Gainazal solidoaren tenperatura T_S bada eta likidoaren asetze-tenperatura T_{asetze} bada, hau da irakitean gertatzen den bero-jarioa:

$$\dot{Q}_{irak} = h \cdot A_S \cdot \left(T_S - T_{asetze} \right) \qquad (7.1)$$

A_S da gainazal solidoaren eta irakiten dagoen likidoaren ukipen-azalera; $T_S - T_{asetze}$ tenperatura soberakina da. h-rengan eragiten dute, besteak beste, bero sorrak eta likido-lurrun gainazal-tentsioak.

Irakitea gertatzen den eremuaren arabera, bi motatakoa izan daiteke:

1- Ontziko irakitea, zeinetan likidoa geldikor baitago, osotasunaren mugimendurik gabe. Berezko konbekzioak eta burbuilen bultzadak sortutako korronteak besterik ez daude.
2- Jario-irakitea edo eragindako konbekziozko irakitea. Halakoetan, kanpotik eraginda dago osotasunaren mugimendua, ponpa edo haizagailuren batekin.

Ontzikoak zein jario-irakiteak, halaber, bi motatakoak izan daitezke, likidoaren muineko tenperaturaren arabera:

(a) Lekukoa edo azpihoztua, zeinetan likido-muineko tenperatura asetze-tenperatura baino txikiagoa baita eragiketa-presioan; horrela, gainazal solidoaren inguruko eremu batera mugatzen da irakitea.

(b) Osoarena edo asea, zeinetan likido-muineko tenperatura-eragiketa presioari dagokion asetze-tenperaturaren berdina baita; halakoetan, likido-masa osoarena da irakitea.

Irakite fenomenoan, likidoak eta sortutako lurrun-burbuilek ez dute tenperatura berdina. Likido-muinaren tenperatura lurrun-burbuilen tenperatura baino handiagoa denean, likidotik burbuiletara dagoen bero-jarioak burbuilak haztea dakar, eta areagotu egiten da goranzko mugimendua. Aldiz, lurrun-burbuilen tenperatura likido-muinarena baino handiagoa bada, gasetik likidorako bero-jarioak burbuilen birkondentsatzea dakar, burbuilak desagerraraziz.

7.2.1 *Ontziko irakitea*

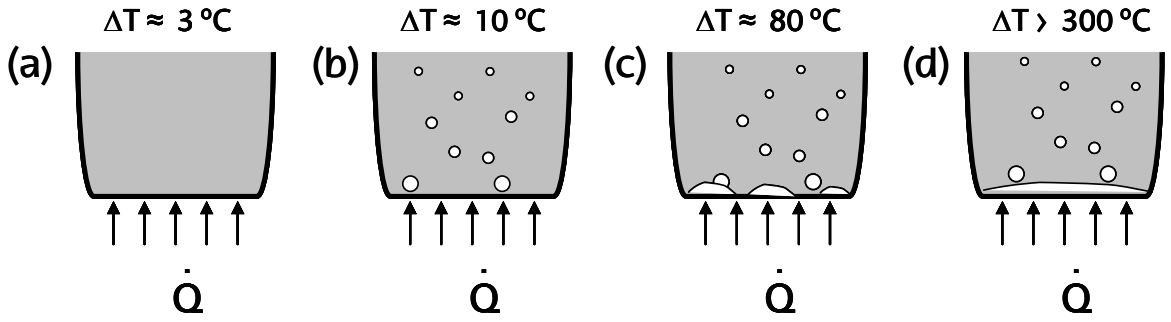
Ontzi barruko likido baten irakitean hainbat mekanismo gertatzen dira, tenperatura-soberakinaren balioaren arabera. Hona hemen haien deskribapena. 7.1 irudian ikus daiteke hori guztia.

(1) Konbekziozko irakitea. Tenperatura-soberakina txikia denean gertatzen da (uraren kasuan, tenperatura-soberakina ‹ 5 ºC). Sortzen diren burbuila eskasek goranzko joera dute, eta lurrundu egiten dira likidoaren gainazalera heltzean. 7.1 irudiko (a) egoerari dagokio.

(2) Irakite nukleatua. Tenperatura-soberakina handitu ahala, burbuilak maizago sortzen dira gainazal beroko leku gailenetan (nukleazio-guneetan). Burbuilen kopurua handitu egiten da tenperatura-soberakina handitzearekin, eta, ondorioz, burbuilen sortze-abiadura ere bai. Hasiera batean, burbuila isolatuak dira: nukleazio-gunetik irtetean, likido-muinean azkar igotzen dira gainazalera, eta likido berriari lekua uzten diote nukleazio-gunean, bustitzeko. Tenperatura-soberakina handitzean denbora-unitateko hainbeste burbuila sortzen direlako, lurrun-zutabeak eta globuluak eratzen dira, gainazaleranzko norabidean. Egoera horretan izugarrizko bero-jarioa gertatzen da. Tenperatura-soberakina are gehiago handitzean, burbuilen sortze-abiadura hainbeste handitzen da ezen likido berriari kosta egiten baitzaio nukleazio-gunera sartzea eta hori bustitzea; eta horrek guztiak gutxitu egiten du bero-jarioa tenperatura soberakin batetik aurrera. 7.1 irudiko (b) egoerari dagokio.

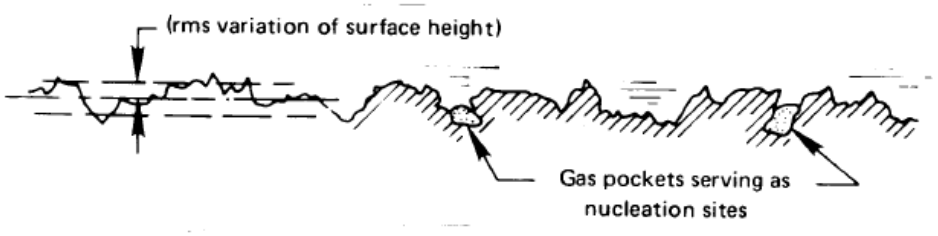
(3) Trantsiziozko irakitea. Nukleazio-guneetan hain azkarra eta hainbestekoa da burbuilen sortzea, gainazal osoa lurrun-mintz batek estalita geratzen baita, eta bero-transmisiorako isolamendua sortzen du. Kontuan hartu behar da lurrunaren eroaletasun termikoa likidoarena baino askoz ere txikiagoa dela. Eragiketa-tarte horretan bero-jarioa txikitu egiten delako, saihestu beharreko egoera da. 7.1 irudiko (c) egoerari dagokio.

(4) Mintzeko irakitea. Gainazal solido osoa lurrun-geruza batez estalita egon arren, tenperatura soberakina asko handitzen bada erradiazio termikoz bero-transmisioa ematen hasiko da. 7.1 irudiko (d) egoerari dagokio.



7.1 irudia. *Ontziko irakitean egoera desberdinak tenperatura soberakinaren arabera.*

Nola sortzen dira lurrun-burbuilak gainazal solidoan? Likidoaren gainazal-tentsioa dela eta, likidoak ez ditu bustitzen poro mikroskopiko guztiak, eta horietako batzuk gasez beteta geratzen dira: horiek dira irakitea bermatzen duten nukleazio-guneak. Argi dago, beraz, gainazalaren egitura latzak laguntzen duela nukleazio-guneen ugaritasuna, eta haatik, gainazal latz eta porodunak erabiltzen dira.



7.2 irudia. *Irakiteko nukleazio-guneak.*

Bibliografian hainbat adierazpen esperimental (korrelazio) agertzen dira h-ren estimaziorako irakitea gertatzen denean. Korrelazio horietan, 7.1 taulako propietate fisikoek eragiten dute bereziki.

7.1 taula. *Irakitean h-ren estimaziorako korrelazioetako aldagaiak.*

Mekanismoa	Eragina duten propietateak			Propietateen tenperatura
	Orokorrak	Likidoarenak	Lurrunarenak	
Nukleatua	λ, σ	μ, ρ, Cp, Pr	ρ	T_{asetze}
Mintzekoa	λ	ρ	μ, ρ, Cp, k	$\overline{T}_{mintza}=0,5\cdot\left(T_s+T_{asetze}\right)$

Tenperatura handietan (› 300ºC) erradiaziozko bero-transmisioa garrantzitsu bihurtzen da mintzeko irakitean, eta horrela estima daiteke mekanismo horren bidez transmititutako beroa:

$$\dot{Q}_{errad}=\varepsilon\cdot\sigma\cdot\left(T_s^4-T_{asetze}^4\right) \qquad (7.2)$$

Orotara gertatzen den bero-jarioak bien ekarpenak ditu. Estimazioen arabera, izan daitekeen erradiazio osoaren hiru laurden izaten dira:

$$\dot{Q}_{osoa}=\dot{Q}_{mintza}+0,75\cdot\dot{Q}_{errad} \qquad (7.3)$$

7.2.2 *Jario-irakitea*

Jario-irakitean, jariagaiaren jarioa eragiten da ponparen batekin. Horrela, barne- edo kanpo-jarioa egon daiteke. Kanpo-jarioan gertatzen den irakitea ontziko irakitearen antzekoa da, baina jariagaiaren mugimenduak eragindako konbekzioa areagotzen duenez, bero-jario handiagoak lortzen dira tenperatura soberakin berdinarekin.

Barne-jarioa dagoenean, aldiz, sortutako lurrunak ezin du alde egin likido-muinetik, eta likidoaren eta lurrunaren jario nahasia gertatzen da.

Hasieran likidoa azpihoztua dagoelako, eragindako konbekzioz gertatzen da likidoarenganako bero-jarioa. Hodian aurrerago, tenperatura-diferentzia handitu ahala, burbuilak sortzen hasten dira hodi-gainazalaren inguruetan, eta jarioan barneratzen dira. Tarte horretan, jario burbuilatsua gertatzen da.

Jariagaia gehiago berotzean (tenperatura-diferentzia handitzean), burbuilen tamaina handitu egiten da eta likidoarekin nahasten dira (koaleszentzia). Likido-muinak hodiko ardatzaren eremu estu batetik dario, eta beste eremu guztia lurrun-likido nahastea izango da. Egoera horretan, likidoaren jarioa eraztunekoa da, eta bero-transmisiorako koefiziente oso handiak lortzen dira. Are gehiago berotzean, orduan eta meheagoa da likido-eremua. Halako egoeran, eremu lehorrak ager daitezke hodi gainazalean: horrek txikitu egiten du bero-transmisioa, eta gainazal guztia lehortu arte jarraitzen du. Likido-aztarnaren bat balego, lurrunaren muinean legoke, laino eran. Egoera horri

jario lainotua deritzo, eta likido guztia lurrundu arte irauten du. Handik aurrera, lurrun gainberotua dago.

7.3 KONDENTSATZEA

Lurrunaren tenperatura asetze-tenperatura baino txikiagoa denean gertatzen den bolumeneko fenomenoa da. Hori gerta dadin, ukipenean jartzen da gainazal hotz batekin. Bi motatako kondentsatzea gerta daiteke: (i) tantetakoa, (ii) mintzekoa. Lehenengoan, kondentsatu denak tanta sortak eratzen ditu solidoaren gainazalean. Bigarrenean, kondentsatuak mintza osatzen du gainazalean, eta horrek, grabitateagatik, beherantz dario, mintz gero eta lodiagoa emanez. Tantetako kondentsatzeak bero-transmisiorako koefiziente askoz ere handiagoa eskaintzen du, likido-mintzik sortzen ez delako.

Bero-transmisioaren ikuspegitik tantetako kondentsatzea askoz ere eraginkorragoa den arren, tanta sortek mintza eratzeko joera dute praktikan, eta zaila da joera hori saihestea. Hori dela eta, mintzeko kondentsatzea izateko diseinatzen dira kondentsatzeko ekipo gehienak.

7.3.1 *Mintzeko kondentsatzea*

Zutikako gainazal hotz bat hartzen bada, eta haren gainean lurruna kondentsatzen bada, mintz-geruza eratuko du sortutako kondentsatuak, eta, grabitateagatik, beherantz jarioko da. Mintz horren lodiera handitu egiten da jarioaren norabidean. Likido-mintz horren tenperatura T_{asetz} da lurrunarekin ukipenean dagoen gainazalean, eta hori txikitu egiten da T_S gainazal solidoaren tenperatura izan arte gainazal solidoarekin ukipenean dagoen kondentsatuan.

Sistema horrentzat Re definitzen bada:

$$Re=\frac{4\cdot\dot{m}}{P\cdot\mu_{lik}} \qquad (7.4)$$

$\dot{m}$ kondentsatuaren emaria, eta P mintzak bustitako perimetroa izanik. $Re \leq 30$ denean, jario xaflakorra dago; $Re > 450$ denean, uhinak sortzen dira kondentsatuaren mugimenduan, eta $Re > 1800$ denean, jarioa guztiz zurrunbilotsu bihurtzen da.

Bero sorrak (λ) adierazten du asetze-tenperaturan kondentsatzen den lurrunak askatzen duen beroa. Baina, praktikan, halako egoerarik ez da gertatzen, $T_S < T_{asetze}$ edo $T_{lurrun} > T_{asetze}$ izan daitezkeelako. Lehenengo kasuan, gainazal solidoko tenperatura lurrunaren asetze-tenperatura baino txikiagoa izatean, likido azpihoztua lortzen da. Bigarren kasuan, elikatzen den lurruna bere asetze-tenperatura baino beroago

dagoenez, lurrun gainberotu moduan dago. Bi kasu horietan bero sor eraginkorra erabili behar da, bi fenomeno horien eragina kontuan hartzen duena.
Likido azpihoztua lortzen bada:

$$\lambda^{*}=\lambda+0,68\cdot C_{P,lik}\left(T_{asetze}-T_{s}\right) \tag{7.5}$$

Lurrun gainberotua elikatzen bada:

$$\lambda^{*}=\lambda+C_{P,lurrun}\left(T_{lurruna}-T_{asetze}\right) \tag{7.6}$$

Biak batera ematen badira:

$$\lambda^{*}=\lambda+0,68\cdot C_{P,lik}\left(T_{asetze}-T_{s}\right)+C_{P,lurrun}\left(T_{lurruna}-T_{asetze}\right) \tag{7.7}$$

Ohar gaitezen likidoaren propietateak mintzaren batez besteko tenperaturan neurtu behar direla, eta lurrunarenak asetze-tenperaturaren eta elikatutako tenperaturen artean.
Beraz, horrela kalkula daiteke sisteman sortzen den bero-transmisioa:

$$\dot{Q}_{kondents}=A\cdot h\cdot\left(T_{asetze}-T_{S}\right)=\dot{m}\cdot\lambda^{*} \tag{7.8}$$

Geometria eta Re desberdinentzat h-ren estimazio desberdinak agertzen dira literaturan, barne- eta kanpo-jariorako.

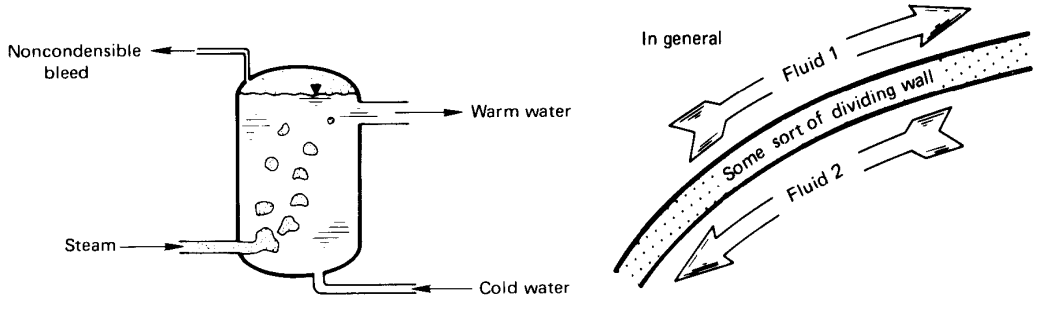
7.3.2 Tantetako kondentsatzea

Gainazal hotzaren gainean tantak osatzen direnean gertatzen da, mintzik osatu gabe. Bero-transmisiorako mekanismo oso eraginkorra da. Mintzik osatzen ez denez, ez du haren erresistentziarik, eta horrek izugarri handitzen du $h_{kodents}$, mintzekoa baino magnitude-ordena bat halakoa. Horrelako kondentsatzea izaten duen ekipoak tamaina (azalera) txikiagoa beharko luke bero-truke berdinerako, baina oso zaila da mintzik sortu gabe jardutea. Horretarako irtenbidea da gainazalak tefloiz edo argizariz estaltzea.

8
BERO-TRUKAGAILUAK

8.1 BERO-TRUKAGAILUAK

Tenperatura desberdinetan dauden bi jariagaien artean beroa trukatzeko erabiltzen diren ekipoak dira. Hori egin daiteke bi jariagaiak nahasiz (ukipen zuzeneko trukagailuekin) edo jariagaiak elkarrekin nahastu gabe (bero-trukagailuekin).
Lehenengoek jarioen nahaste fisikoa dakarte. Jariagaiak elkarrekin disolbaezinak edo disolbagarriak izan daitezke: halakoak dira uraren hozte-dorreak. Halako sistemen diseinurako erabiltzen dira masa-balantzeak, energia-balantzeak eta bero-transmisiorako adierazpenak.
Jariagaiak elkarrekin nahasten ez diren ekipoak bero-trukagailuak dira, eta hormaren bat dute bi jariagaien arteko nahastea ekiditeko. Horma horretan zehar, eroapenez eta konbekzioz gertatzen da bero-trukea.



8.1 irudia. *(a) ukipen zuzeneko trukagailua; (b) bero-trukagailua.*

Horma batean zehar, bi jariagaien arteko bero-trukean, erresistentzia sorta zeharkatu behar da jariagai beroaren muinetik jariagai hotzaren muinera heltzeko beroa. Haren ezaugarri den bero-transmisiorako koefiziente osoa (U) erabiliko da ekipoen diseinuan.

8.2 JARIAGAIEN ENTALPIA-BALANTZEAK

Jariagaien arteko nahasterik gertatzen ez den bero-trukagailuan, jariagai beroak energia galtzen du, eta jariagai hotzak bereganatu. Praktikan, arbuiagarria denez

trukagailuaren sarrera-irteeren artean jariagaiek energia zinetikoan eta energia potentzialean duten aldaketa, entalpia-aldaketari egotz dakioke soilik bakoitzak jasaten duen eduki energetikoaren aldaketa.

$\dot{m}_{hotza}\cdot\overline{C}_{P,hotza}$ eta $\dot{m}_{beroa}\cdot\overline{C}_{P,beroa}$ dira jariagai hotzaren eta beroaren bero-ahalmen abiadurak, C_{hotza} eta C_{beroa}, hurrenez hurren. Ohar gaitezen, fase-aldaketaren bat dagoenean, $\dot{m}\cdot\overline{C}_P \to \infty$ dela.

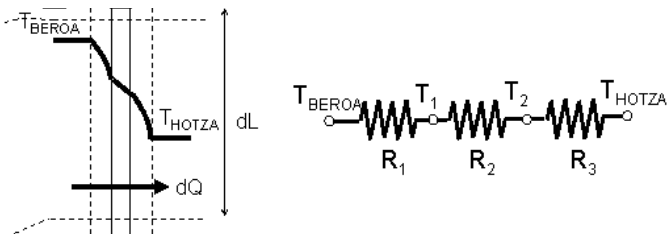
Trukagailuaren sarrera-irteeren artean, honako entalpia-balantze hauek egingo dira:

	Jariagai hotza	Jariagai beroa
Bero senti korra	$\dot{Q}_{hotza}=\dot{m}_{hotza}\,\overline{C}_{P,hotza}\left(T_{hotza,irt}-T_{hotza,sar}\right)$ $\dot{Q}_{hotza}=C_{hotza}\left(T_{hotza,irt}-T_{hotza,sar}\right)$	$\dot{Q}_{beroa}=\dot{m}_{beroa}\,\overline{C}_{P,beroa}\left(T_{beroa,sar}-T_{beroa,irt}\right)$ $\dot{Q}_{beroa}=C_{beroa}\left(T_{beroa,sar}-T_{beroa,irt}\right)$
Bero sorra	$\dot{Q}_{hotza}=\dot{m}_{hotza}\cdot\lambda_{irak}$	$\dot{Q}_{beroa}=\dot{m}_{beroa}\cdot\lambda_{kondents}$

Jariagai baten bero espezifikoa tenperaturarekin aldatzen den arren, tenperatura-tartea ez bada oso zabala, batez besteko balioak erabil daitezke zehaztasuna gehiegi galdu gabe. Bero-trukea bi jariagaien artekoa dela hartzen da, arbuiagarriak baitira ardatzaren norabidekoa eta ingurumenerakoa. Horregatik, jariagai beroak galdutakoa bete-betean bereganatzen du jariagai hotzak.

8.3 BERO-TRUKERAKO KOEFIZIENTE OSOA

Jariagai biren artean horma solido bat badago, hiru erresistentzia daude bi jariagaien muinen arteko bero-trukerako: bi jariagaien konbekziozkoak, eta hormarena eroapenezkoa. Jariagaiak bideratzeko hodi zilindrikoak erabiltzen direnez, azaleren batez besteko logaritmikoa erabiliko da hormaren erresistentzian.



8.2 irudia. *Bero-trukagailuan erresistentziak.*

$$\frac{1}{U\cdot A}=\frac{1}{h_i\cdot A_i}+\frac{\Delta r}{k\cdot A_{BL}}+\frac{1}{h_o\cdot A_o} \qquad (8.1)$$

8.1 adierazpenean, hodiaren barruko zein kanpoko azalerak (A_i eta A_o, hurrenez hurren) har daitezke erreferentziatzat. Lehenengoarekin U_i erabiliko da, eta azkenarekin U_o. Hauek dira bien adierazpen garatuak (ohar gaitezen hodi zilindrikoan $A=\pi \cdot D \cdot L$ dela):

$$\frac{1}{U_i} = \frac{1}{h_i} + \frac{\Delta r \cdot D_i}{k \cdot D_{BL}} + \frac{D_i}{h_o \cdot D_o} \tag{8.2}$$

$$\frac{1}{U_o} = \frac{D_o}{h_i \cdot D_i} + \frac{\Delta r \cdot D_o}{k \cdot D_{BL}} + \frac{1}{h_o} \tag{8.3}$$

U_i eta U_o horrela erlazionatzen dira: $U_i \cdot D_i = U_o \cdot D_o$.

Ohar gaitezen tenperaturarekin alda daitekeela bero-transmisiorako koefiziente osoaren adierazpena; izan ere, tenperaturarekin alda daitezke bi jariagaien alderako konbekziozko koefizienteak (h_i eta h_o) eta hormaren eroankortasun termikoa (k). Hala ere, lanerako tenperatura-tartea ez bada oso zabala, U-ren batez besteko balioak erabil daitezke ekipoen diseinua egiteko.

8.4 BERO-TRUKAGAILUEN ERAGIKETA: ZIKINTZE-FAKTOREAK

Bero-trukagailua, erabili ahala, zikinduz eta zahartuz doa, jariagaiek daramaten zikinkeria ezartzen delako (adibidez, urak disolbatuta daramatzan kaltzio- eta magnesio-gatzak hauspeatu egiten dira hormaren inguruetan, kare-geruza osatuz) edo, jariagai korrosiboak badira, hodiak herdoildu eta hondatzen dituztelako. Horregatik, trukagailu berria zegoenarekin alderatuz, handitu egiten da bero-transmisiorako erresistentzia, seriean dagoen erresistentzia gehitzen delako.

Erresistentzia horri ***zikinkeria-erresistentzia*** deritzo (R_Z) eta kontuan hartu behar da bero-transmisiorako koefiziente osoan. Erresistentziari dagokion koefizientea ***zikintze-faktorea*** da (h_Z), eta konbekziozko koefizientearen dimentsio berdina du.

Hodiaren barne-gainazalean eta kanpo-gainazalean zikinkeria dagoenerako, hauek dira erresistentziak:

$$R_{Z,i} = \frac{1}{h_{z,i} \cdot A_i} \tag{8.4}$$

$$R_{Z,o} = \frac{1}{h_{z,o} \cdot A_o} \tag{8.5}$$

Hodi barrutik zein kanpoaldetik darion jariakinak zikinkeria sor dezakeenez, $R_{Z,i}$ eta $R_{Z,o}$ izendatuko dira. Honela, U_0 erabiltzen denean hodiaren bi aldeetan zikinkeria badago:

$$\frac{1}{U_{o,zikina}} = \frac{D_o}{h_i \cdot D_i} + R_{Z,i} + \frac{\Delta X \cdot D_o}{k \cdot D_{BL}} + R_{Z,o} + \frac{1}{h_o} \tag{8.6}$$

Bero-trukagailu berria eta garbia dagoen egoerarekin alderatuz, $U_{Zikina} < U_{Garbia}$ dela ohar gaitezke. Ondorioz, zikina edo zaharkitua dagoen trukagailu batek erresistentzia handiagoa eskaintzen du bero-trukerako, eta bero gutxiago trukatuko du azalera berdinean.

$$\frac{1}{U_{o,ZIKINA}} = \frac{1}{U_{o,GARBIA}} + R_Z \tag{8.7}$$

8.5 BERO-TRUKAGAILU MOTAK

Bero-trukagailuen sailkapena irizpide askoren araberakoa izan daiteke; adibidez, ekipoaren eraikuntza moduaren edo jarioen antolamenduaren araberakoa. Hona hemen bi irizpide horien araberako sailkapena:

Trukagailuaren eraikuntzaren arabera

(i) Hodi zentrokideak: bi hodi zentrokidez osatua denean.

(ii) Hodiak eta inguramena: estaldura edo inguramen baten barruan dagoenean hodi sorta bat.

(iii) Trukagailu zurrunak: jariagaien ukipen termikorako hodiez gain, beste gainazal mota batzuk erabiltzen direnean.

(iv) Xafla erakoak: jariagaien ukipen termikorako xaflak erabiltzen direnean.

8.3 irudian agertzen dira trukagailu mota bakoitzaren irudiak.

Jarioen antolamenduari dagokionez

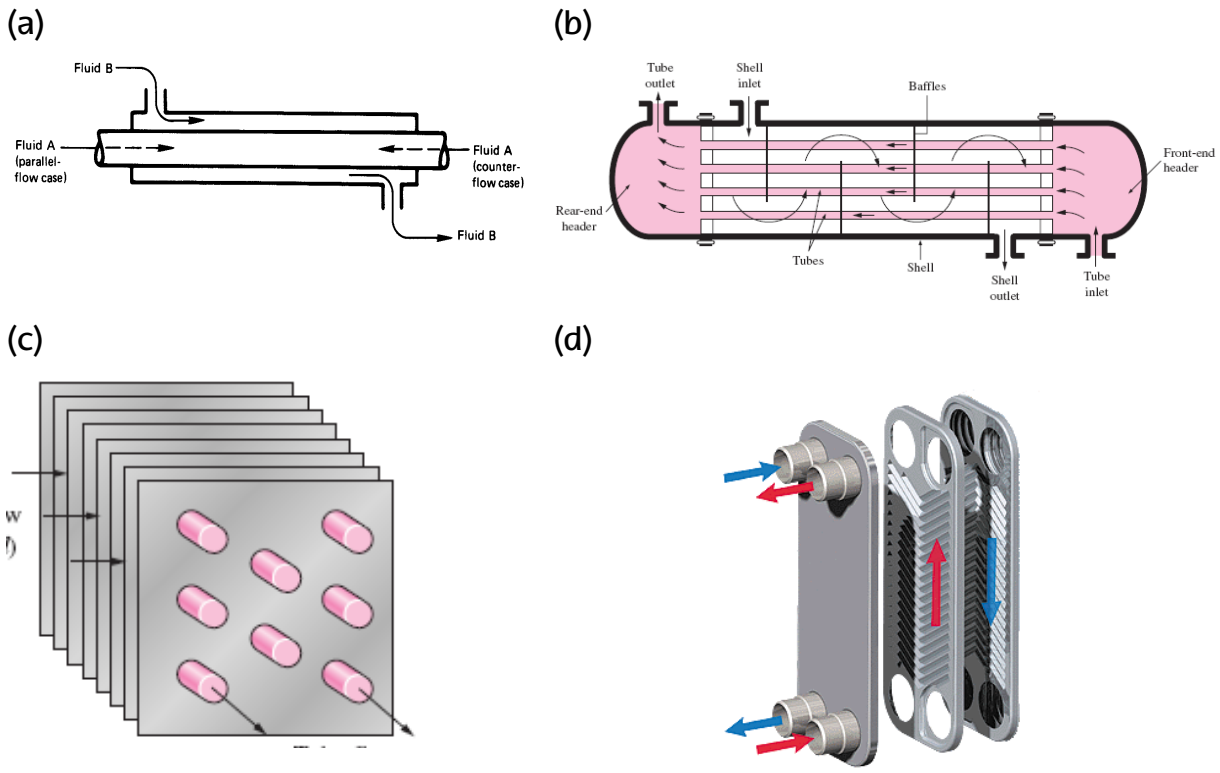
(i) Jario paralelodunak: bi jariagaiek noranzko berdina dutenean.

(ii) Jarioa kontrakorrontean: bi jariagaiek aurkako noranzkoa dutenean.

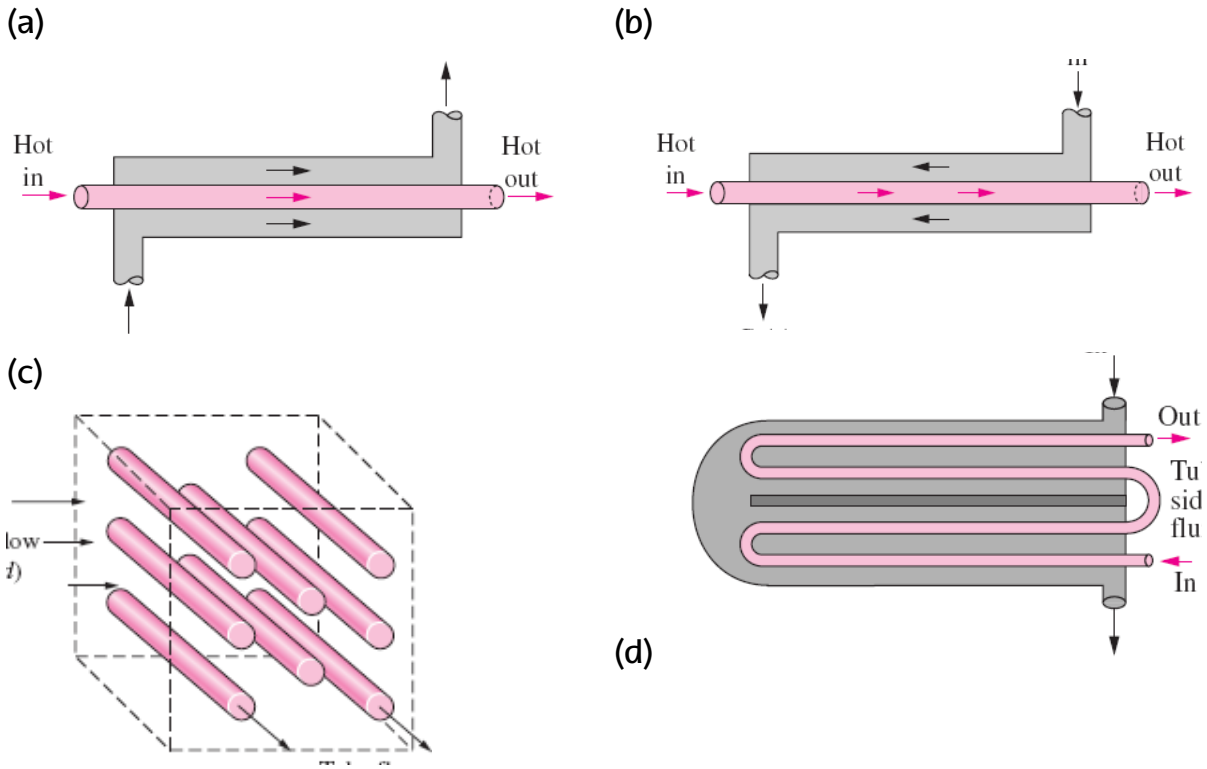
(iii) Jario gurutzatukoa: bi jariagaien norabidea perpendikularra denean.

(iv) Zeharkaldi anitzekoak: jariagairen batek (edo biek) zeharkaldi bat baino gehiago egiten duenean.

8.4 irudian agertzen dira bero-trukagailu bakoitzaren adibide bana.



8.3 irudia. *Bero-trukagailuaren eraikuntzaren araberako lau trukagailu mota: (a) Hodi zentrokidekoa; (b) Hodiak eta inguramena erakoa; (c) Zurruna; (d) Xafla erakoa.*



8.4 irudia. *Bero-trukagailuaren jarioaren antolamenduaren arabera: (a) paraleloa; (b) kontrakorrontean; (c) gurutzatua; (d) zeharkaldi anitzekoa.*

8.6 BERO-TRUKAGAILUEN DISEINUA

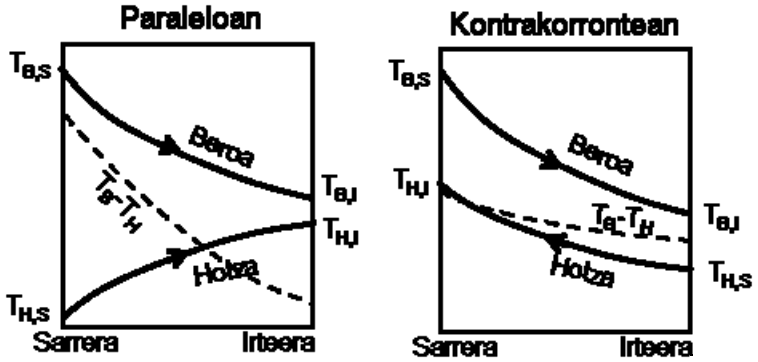
Eragiketa-denbora luzeetarako diseinatzen dira bero-trukagailuak, eragiketako baldintzak aldatzen ez direla esleituz. Zehazki esateko, hori ez da egia, zikinkeria metatuz doalako. Hala ere, eragiketa-denbora tarte oso luzea ez denean, egoera egonkorreko eragiketa dela har daiteke.

Bi arazo mota ebazten dira bero-trukagailuen diseinuan: (a) jariagai baten irteerako tenperatura jakin bat lortzeko erabili behar den trukagailu mota eta tamainaren kalkulua, eta (b) trukagailu jakin batekin jardutean, jariagai baten irteerako tenperatura estimatzea.

Lehenengo helbururako, tenperatura-diferentzien batez besteko metodoa da egokiena; bigarrenerako, aldiz, eraginkortasuna-NTU metodoa hobesten da. Hodi zentrokideko bero-trukagailuarekin azalduko da bi metodoen erabilera.

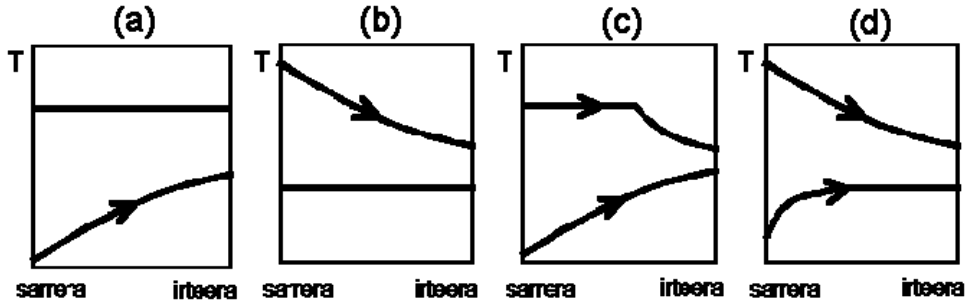
8.6.1 Hodi zentrokideko bero-trukagailuen diseinurako TDBL metodoa

Aurrez aipatu den moduan, jariagai batek barruko hoditik dario hodi zentrokideko bero-trukagailuan, eta besteak bi hodien tarteko eraztunetik. Jariagaiak paraleloan zein kontrakorrontean jaria daitezke. 8.5 irudian agertzen da jarioen bi antolamenduek sortzen duten tenperatura-profila, indar-eragilearekin (T_B-T_H) batera. Aurretik ikusi den bezala, indar-eragilearekiko proportzionala da oreka termikoan ez dagoen sistema batean sortutako bero-transmisioa. Aipagarria da trukagailu osoan zehar ez dela konstantea bero-transmisiorako indar-eragilea, hau da, jariagai beroaren eta hotzaren arteko tenperatura-diferentzia. Hori bi antolamenduekin gertatzen den arren, askoz ere nabarmenagoa da paraleloan diharduen ekipoan. Sarreran, oso desberdinak dira bi jariagaien tenperaturak, eta indar-eragile handia dago ($T_{B,S}$–$T_{H,S}$). Horregatik, bero-truke handia egingo dute trukagailuaren sarreran; hala ere, trukagailuan aurrera doazen heinean, bi jariagaien tenperaturak berdinduz doaz, eta irteerako muturrean dauden indar-eragilea ($T_{B,I}$–$T_{H,I}$) eta bero-trukea dira txikienak. Beste era batera esanda, bero-trukea ez da uniformeki gertatzen trukagailuan zehar. Kontrakorrontean diharduen trukagailuan, indar-eragilea gutxiago aldatzen da trukagailu osoan zehar.



8.5 irudia. *Paraleloan eta kontrakorrontean diharduten hodi zentrokideko bero-trukagailuetan, jariagaien tenperatura-profila trukagailuan. Jariagai beroaren sarrerako tenperatura: $T_{B,S}$. Jariagai beroaren irteerako tenperatura: $T_{B,I}$. Jariagai hotzaren sarrerako tenperatura: $T_{H,S}$. Jariagai hotzaren irteerako tenperatura: $T_{H,I}$.*

Jariagairen batek fase-aldaketa jasango balu, bestelakoak izango lirateke tenperatura-profilak, 8.6 irudian agertzen den bezala.



8.6 irudia. *Hodi zentrokideko bero-trukagailuan tenperatura-profilak, fase-aldaketa dagoenean: (a) lurruna kondentsatzen ari bada; (b) likidoa irakiten ari bada; (c) trukagailuaren lehen zatian lurruna kondentsatzen ari bada; (d) trukagailuaren lehen zatian likidoa berotzen bada irakite-tenperatura lortu arte.*

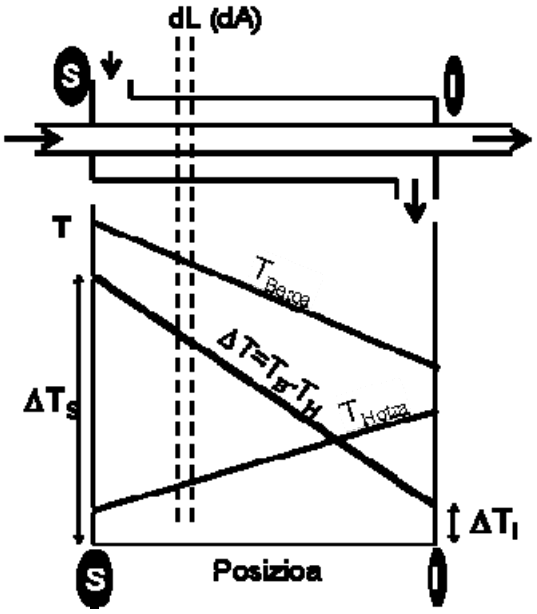
Argi ikusten den bezala, bero-trukerako indar-eragilea ez da konstantea trukagailu osoan. Horregatik, bero-trukagailuaren analisia egiterako orduan, haren zati mehe batean egin behar da, zeinetan aldaketa diferentziala ematen baita. Ekipo horien diseinua egitean, izan behar den bero-jario osorako ($\dot{Q}$) behar den trukagailuaren azalera (A) kalkulatzen da. Diseinua errazteko, honako hurbilketa hauek egingo dira:

1- Trukagailuak egoera iraunkorrean dihardu.

2- Arbuiagarria da ingurumenera galtzen den beroa.

3- Bi jariagaien bero espezifikoak konstante mantentzen dira trukagailuan zehar, sarrerako eta irteerako baldintzen batez besteko balioan ($\bar{C}_{P,B}$ eta $\bar{C}_{P,H}$).

Hirugarren hurbilketak lerro zuzen bihurtzen ditu trukagailuan zeharreko tenperatura-profilak. Bero-trukagailuaren diseinu-ekuazioa eratortzeko, paraleloan diharduen ekipoa hartuko da (ondorio berdina lortzen da kontrakorrontean diharduenarekin).



8.7 irudia. *Hodi bikoitzeko bero-trukagailuan indar-eragilearen profila posizioarekin eta trukatzen den beroarekin.*

Har dezagun U dela trukagailuan bero-transmisiorako koefiziente osoa (mementoz, berdin dio kanpoko ala barruko azalerarekiko kalkulatu den). 8.7 irudian ikusten den bezala, trukagailu osoan zehar indar-eragilea (T_B-T_H) posizioarekin aldakorra delako, dL luzerako zati mehe bat hartuko da analisia egin ahal izateko, bero-trukaerarako azalera dA duena. Zati mehe horretan, honako hauek dira jariagai beroaren eta hotzaren entalpia-balantzeak:

$$d\dot{Q}=-\left(\dot{m}\cdot C_P\right)_B\cdot dT_B=+\left(\dot{m}\cdot C_P\right)_H\cdot dT_H \qquad (8.8)$$

Eta bien artean trukatzen den beroa, aldiz:

$$d\dot{Q}=U\cdot dA\cdot\left(T_B-T_H\right) \qquad (8.9)$$

Hemendik:

$$dT_B=-\left(\dot{m}\cdot C_P\right)_B\cdot\frac{1}{d\dot{Q}} \qquad (8.10)$$

$$dT_H = +\left(\dot{m}\cdot C_P\right)_H \cdot \frac{1}{d\dot{Q}} \tag{8.11}$$

8.8-8.11 ekuazioak garatuz:

$$dT_B - dT_H = d\left(T_B - T_H\right) = -d\dot{Q}\cdot\left[\left(\frac{1}{\dot{m}\cdot C_P}\right)_B + \left(\frac{1}{\dot{m}\cdot C_P}\right)_H\right] \tag{8.12}$$

$$\frac{d\left(T_B - T_H\right)}{T_B - T_H} = -U\cdot dA\cdot\left[\left(\frac{1}{\dot{m}\cdot C_P}\right)_B + \left(\frac{1}{\dot{m}\cdot C_P}\right)_H\right] \tag{8.13}$$

Trukagailuaren sarreraren eta irteeraren artean integratuz:

$$\ln\frac{\left(T_B - T_H\right)_I}{\left(T_B - T_H\right)_S} = -U\cdot A\cdot\left[\left(\frac{1}{\dot{m}\cdot C_P}\right)_B + \left(\frac{1}{\dot{m}\cdot C_P}\right)_H\right] \tag{8.14}$$

Trukagailu osoko energia-balantzeak erabiliz:

$$\left(\dot{m}\cdot C_P\right)_B = \frac{\dot{Q}}{\left(T_{B,S} - T_{B,I}\right)} \tag{8.15}$$

$$\left(\dot{m}\cdot C_P\right)_H = \frac{\dot{Q}}{\left(T_{H,I} - T_{H,S}\right)} \tag{8.16}$$

Hemendik, TDBL metodorako hodi zentrokideko bero-trukagailuen diseinurako ekuazioa eratortzen da:

$$\dot{Q} = U\cdot A\cdot \Delta T_{BL} \tag{8.17}$$

Non ΔT_{BL} trukagailuaren sarrerako eta irteerako indar-eragileen batez besteko logaritmikoa baita. Ohartzen bagara, jarioak paraleloan doazenean, kontrakorrontean doazenean baino ΔT_{BL} txikiagoa da.

Zenbait kasutan, ezin daiteke U konstantetzat hartu trukagailu osoan (adibidez, puntu bateraino bero sentikorra trukatzen dutenean eta handik aurrera bero sorra trukatzen dutenean). Halako kasuetan, bi zatiren (edo gehiagoren) batura bezala aztertzen da trukagailua, bakoitzean U konstantetzat hartuta.

Hori guztia egin arren, U ez bada konstantea tarte baterako, tenperaturarekin (hobeto esanda, ΔT-rekin) jarraitzen duen erlazioaz ordezkatuko da, eta integratu egin beharko da. Adibidez,

$$U = a + b \cdot \Delta T \tag{8.18}$$

erlazio lineala jarraituko balu, integrala ebaztean, honako adierazpen hau lortuko litzateke:

$$Q = A \cdot \frac{U_I \cdot \Delta T_S - U_S \cdot \Delta T_I}{\ln\left(\frac{U_I \cdot \Delta T_S}{U_S \cdot \Delta T_I}\right)} \tag{8.19}$$

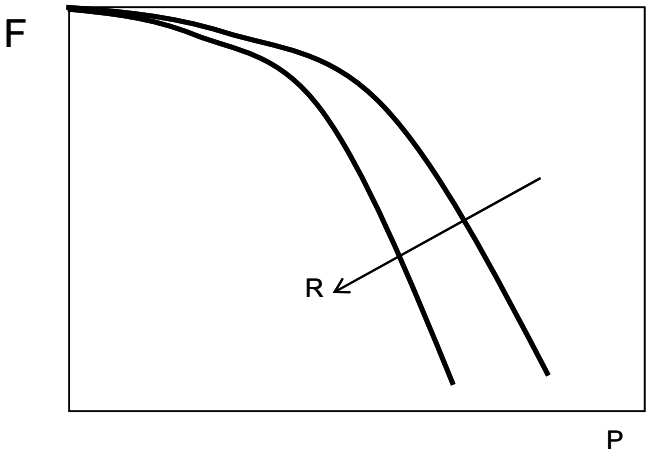
U_S eta U_I dira bero-transmisiorako koefiziente osoaren sarrerako eta irteerako balioak, hurrenez hurren.

8.6.2 TDBL metodoan zuzenketa-faktorea

Bero-trukagailua beste mota batekoa denean (hodia eta estaldura, zurruna...) trukagailu osoan dagoen indar-eragilearen ezaugarriaren adierazpenak oso neketsuak dira kalkulatzeko eta erabiltzeko. Hori guztia errazago egiteko, zuzenketa-faktorea definitzen da. Honako hau da halako trukagailuen diseinu-ekuazioa:

$$\dot{Q} = U \cdot A \cdot \Delta T_{BL}^{K} \cdot F \tag{8.20}$$

Non ΔT_{BL}^{K} baita hodi zentrokideko trukagailuan jarioak kontrakorrontean baleude egongo litzatekeen indar-eragileen batez besteko logaritmikoa, eta F zuzenketa-faktorea. Bibliografian F-ren kalkulurako grafikoak aurki daitezke trukagailu mota bakoitzerako. Laburtuz, 8.8 irudian bezalako joera dute R eta P balioen arabera.



8.8 irudia. *F zuzenketa-faktorea kalkulatzeko irudia.*

$0 \le P \le 1$ eta $0 \le R \le \infty$ dira, eta grafiko bakoitzean ematen dira haien kalkulurako irizpideak. Horrekin guztiarekin, F ≤ 1 zuzenketa-faktoreak kalkulatuko dira.

8.6.3 Hodi zentrokideko bero-trukagailuen diseinurako eraginkortsuna-NTU metodoa

Metodo honek TDBL metodoarekiko duen abantaila da irteerako tenperaturak ezagutzen ez direnean duen erabilgarritasuna.

Horrela definitzen da bero-trukagailuaren eraginkortasuna:

$$\varepsilon=\frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}} \tag{8.21}$$

hau da, gertatzen den bero-trukearen eta gerta daitekeen bero-truke maximoaren arteko zatiketa.

Gertatzen den bero-trukea entalpia-balantzeak ematen du:

$$\dot{Q}=C_B\cdot\left(T_{B,S}-T_{B,I}\right)=C_H\cdot\left(T_{H,I}-T_{H,S}\right) \tag{8.22}$$

Gerta daitekeen bero-truke handiena:

$$\dot{Q}_{max}=\left(\underbrace{\min\left\{C_B,C_H\right\}}_{C_{min}}\right)\cdot\left(T_{B,S}-T_{H,S}\right) \tag{8.23}$$

$C=\frac{C_{min}}{C_{max}}$ deritzo; ohar gaitezen $0 \le C \le 1$ dela eta fase-aldaketari $C = 0$ dagokiola.

Geometriak eta jarioen antolamenduak eragiten dute ε–rengan, besteak beste.

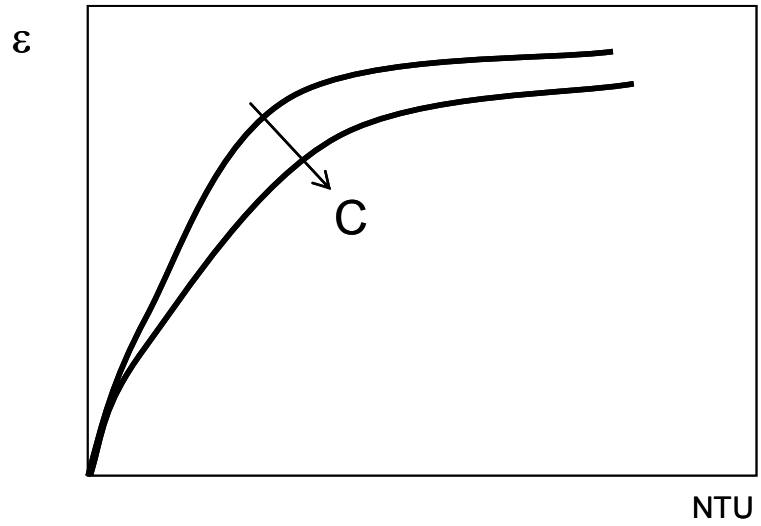
Horrela definitzen da bero-trukerako unitate kopurua (NTU):

$$NTU=\frac{U\cdot A}{C_{min}}=\frac{U\cdot A}{\left(\dot{m}\cdot C_p\right)_{min}} \tag{8.24}$$

NTUk trukagailuaren tamainaren berri ematen du. Bibliografian, taularatuta eta irudikatuta daude trukagailu mota askorentzako

$$\varepsilon=f\left(\frac{U\cdot A}{C_{min}},\frac{C_{min}}{C_{max}}\right)=f\left(NTU,C\right) \tag{8.25}$$

motako estimazioak. Oro har, 8.9 irudian bezalako irudiak aurki daitezke.



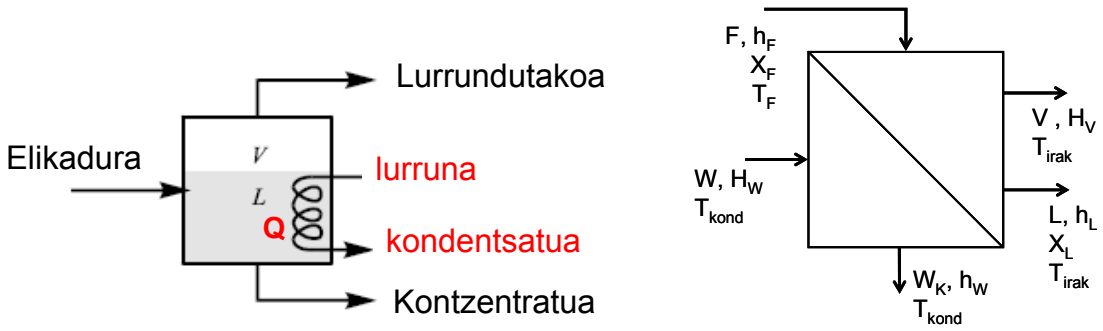
8.9 irudia. *NTU eta ε erlazionatzen dituen irudia.*

9
LURRUNGAILUAK

9.1 LURRUNGAILUAK

Ingeniaritza kimikoan maiz erabiltzen den eragiketa unitarioa da lurruntzea, disoluzioak edo esekidurak kontzentratzeko, batez ere. Eragiketa honetan, disoluzio edo esekidura bateko osagai ez-hegazkorra beste osagai hegazkorretatik bereizten da, nahastea irakinaraziz. Adibidez, elikagaien teknologian oso erabilia da zukuak, azukrea eta jarabeak kontzentratzeko; baita itsasoko ur gazia gezatzeko ere. Lurruntze-eragiketa erabiltzen denean, gehienetan korronte kontzentratua izaten da balio erantsiko produktua; baina lurruna bera ere izan daiteke, disolbatzaileak berreskuratzeko erabiltzen denean, adibidez.

Lurruntze-eragiketan disoluzioaren irakitea gertatzen denez, erresistentzia txikia izango da likido-lurrun fase arteko masaren garraiorako, sortu den lurrun-osagaia likido faseko osagai bera delako. Hori dela eta, bero-transmisioak kontrolatua dago eragiketa mota horren abiadura. 9.1 irudian, lurrungailu baten eskema adierazten da ezkerrean, eta adierazpen sinbolikoa eskuinean.



9.1 irudia. *Lurrungailu baten eskema (ezkerrean) eta adierazpen sinbolikoa (eskuinean).*

Lurrungailu gehienetan, asetako ur-lurruna erabiltzen da bereizi nahi den disoluzioa (edo esekidura) irakinarazteko, zeina kondentsatuta irteten baita. Honakoak dira lurrungailuaren ezaugarriak:

(i) Kondentsatze-ganbara. Bertara lurrun asea sartzen da (W emari masikoz eta H_W entalpiaz) eta kondentsatu bezala irteten da (W_K=W emari masikoz eta h_W entalpiaz), T_{kond} tenperaturan.

(ii) Irakite-ganbara. Bertara kontzentratu nahi den nahastea elikatzen da (F emari masikoz eta h_F entalpiaz) eta bi korrontek irteten dute: lurrundu den disolbatzailea (V emari masikoz eta H_V entalpiaz) eta disoluzio kontzentratua (L emari masikoz eta h_L entalpiaz). Elikadurak T_F tenperatura du eta solutuan X_F masa-frakzioa du. Disoluzio kontzentratua eta lurrundu den disolbatzailea daude nahastearen irakite-tenperaturan (T_{irak}). Disoluzio kontzentratuan, X_L masa-frakzioa du solutuak.

9.1.1 Lurruntzean kontuan hartzeko gaiak

Lurrungailuak diseinatzeko orduan, honako gai hauek aztertu behar dira.

- *Elikatutako disoluzioaren kontzentrazioa*
  - Solutuaren kontzentrazioa handitzean, handitu egiten dira nahastearen dentsitatea eta likatasuna, eta horrek txikitu egiten du bero-transmisiorako koefiziente osoa (U).
  - Solutuaren kontzentrazioa handitzean igo egiten denez nahastearen irakite-tenperatura, handitu egin behar da berotzeko erabiltzen den lurrunaren tenperatura.
  - Lurruntzea gertatzen denean solutua kontzentratuz doalako, gerta daiteke hori asetzea, kristalizatuz.
- *Bitsak sortzea*
  - Saihestu beharrekoa, likidoa arrasta baitezake lurrunak. Hori saihesteko, xafla deflektoreak erabiltzen dira.
- *Tenperaturarekiko sentikortasuna*
  - Produktu batzuen propietateak galdu egin daitezke tenperatura handietan (botikak, elikagaiak...).
- *Inkrustazioak sortzea*
  - Substantzia berezi batzuen solugarritasuna txikitu egiten da tenperatura handitzean, eta ekipoaren hormetan inkrustazioak sor daitezke haien prezipitazioz, bero-trukerako erresistentzia handituz (U txikituz).

- *Airea ezabatzea*
  - Irakite-ganbaran metatzen dira berotzeko erabiltzen den ur-lurrun aseak eraman ditzakeen aire-burbuilak, eta handitu egiten da bero-trukerako erresistentzia.

9.1.2 Lurrungailuaren ahalmena eta ekonomia

Lurrungailu baten diseinuan erabiltzen diren parametro-ezaugarriak dira ahalmena eta ekonomia. Horiekin batera, lurrun-kontsumoa ere erabiltzen da. Hauek dira bakoitzaren definizioak.

Lurrungailuaren ahalmena. Denbora-unitateko lurruntzen duen disolbatzaile kantitatea. Eragiketan zehar lurruntze-entalpia konstantetzat har daitekeenez, trukatzen den beroaren proportzionala da lurrungailuaren ahalmena.

Lurrungailuaren ekonomia. Berogailu gisa erabilitako lurrun-masako lurruntzen den disolbatzaile-masa. Hau, ahalmena ez bezala, ez da trukatzen den beroaren menpekoa. Beraz, lurrungailuaren ekonomia kalkulatzeko nahitaezkoa da lurrungailuaren energia-balantzea ebaztea. Lurrungailu bakarreko sistemaren ekonomia $\lesssim 1$ izan ohi da. Lurrungailu anitzeko sisteman > 1 izaten da.

Lurrun-kontsumoa. Ahalmena / ekonomia da, eta kg/h unitatean ematen da maiz.

9.1.3 Lurrungailu motak

Era honetan sailka daitezke ohiko eragiketetan erabiltzen diren lurrungailuak:

(i) Hodi horizontalekoak, lurrun aseak hodien barrutik dariola berezko jarioz (ponpaketarik erabili gabe). Egitura hau klasikoa da, eta iraganean gehien erabili zena.
(ii) Hodi labur bertikalekoak, lurrun aseak hodien kanpotik dariola berezko jarioz (ponpaketarik erabili gabe). Egitura aproposa da eskala handiko eragiketak gauzatzeko.
(iii) Hodi luze bertikalekoak, lurrun aseak hodien kanpotik dariola berezko jarioz (ponpaketarik erabili gabe). Egitura honetan izugarri handitzen dira jarioaren

abiadura eta transmititutako beroa, bero-trukerako koefiziente oso handiak emanez.

(iv) Hodi bertikalekoak, horizontalekoak edo makurtukoak, lurrun aseak hodien kanpotik dariola ponpaketak lagunduz. Eragindako konbekzioak izugarri handitzen ditu jarioaren abiadura eta transmititutako beroa, bero-trukerako koefiziente oso handiak emanez.

(v) Mintz gorakorrekoak edo beherakorrekoak. Bero-trukerako koefiziente oso handiak dituztenez, tenperaturarekin sentikorrak diren disoluzioak edo disoluzio likatsuak kontzentratzeko erabiltzen dira.

9.2 MASA- ETA ENERGIA-BALANTZEAK: LURRUNGAILUAREN DISEINURAKO EKUAZIOAK

9.1 irudiko lurrungailuan masa- eta energia-balantzeak egiten badira, honako adierazpen hauek lortzen dira.

Masa-balantze orokorrak:

$$F=L+V \tag{9.1}$$

$$F+W=W_k+L+V \tag{9.2}$$

$$W=W_k \tag{9.3}$$

Osagai hegazkorraren masa-balantzea:

$$F\cdot X_F=L\cdot X_L+V \tag{9.4}$$

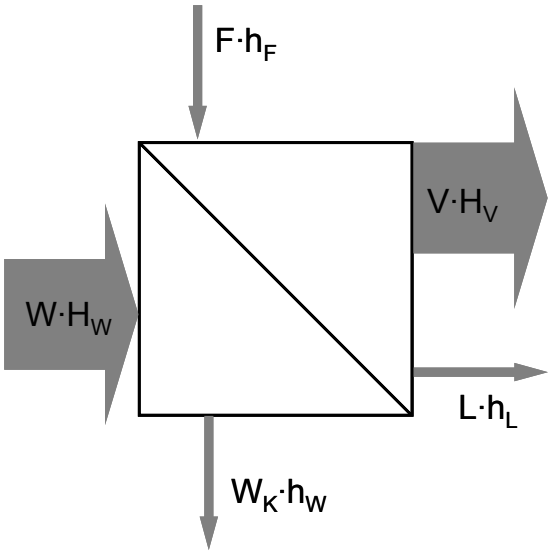
Entalpia-balantzea:

$$W\cdot H_W+F\cdot h_F=L\cdot h_L+V\cdot H_V+W_k\cdot h_W \tag{9.5}$$

$$Q=W\cdot H_W-W_k\cdot h_W=W\cdot\left(H_W-h_W\right)=W\cdot\lambda_W \tag{9.6}$$

Kondentsatua, elikadura eta korronte kontzentratua likidoak dira. Hori dela eta, berotzeko erabiltzen den lurrunaren eta lurrundu den disolbatzailearen entalpiak baino askoz ere txikiagoak izan ohi direnez haien entalpiak, honako ondorio hau atera daiteke (ikus 9.2 irudia):

$$W\cdot H_W\approx V\cdot H_V \tag{9.7}$$



9.2 irudia. *Lurrungailu bateko korronte entalpikoen eskema*.

Beste era batera esanda: berotzeko erabiltzen den lurrunak ematen duen energia lurrungailutik irteten da lurrundu den disolbatzailean. Begi bistakoa da, beraz, energia hori berreskuratu egin behar dela lurrungailuen eragitean. Hori egiteko hiru irtenbide daude:

(i) Efektu aniztun sistemak erabiltzea.

(ii) Sortutako lurruna birkonprimatzea, termikoki zein mekanikoki.

(iii) Berotzeko jariagai sekundarioak erabiltzea.

9.3 BERO-TRANSMISIOA

Ohiko bero-trukagailuetan bezala, indar-eragilearen araberakoa da bi ganbaren artean gertatzen den bero-transmisioa, 9.8 ekuazioak erakusten duen bezala.

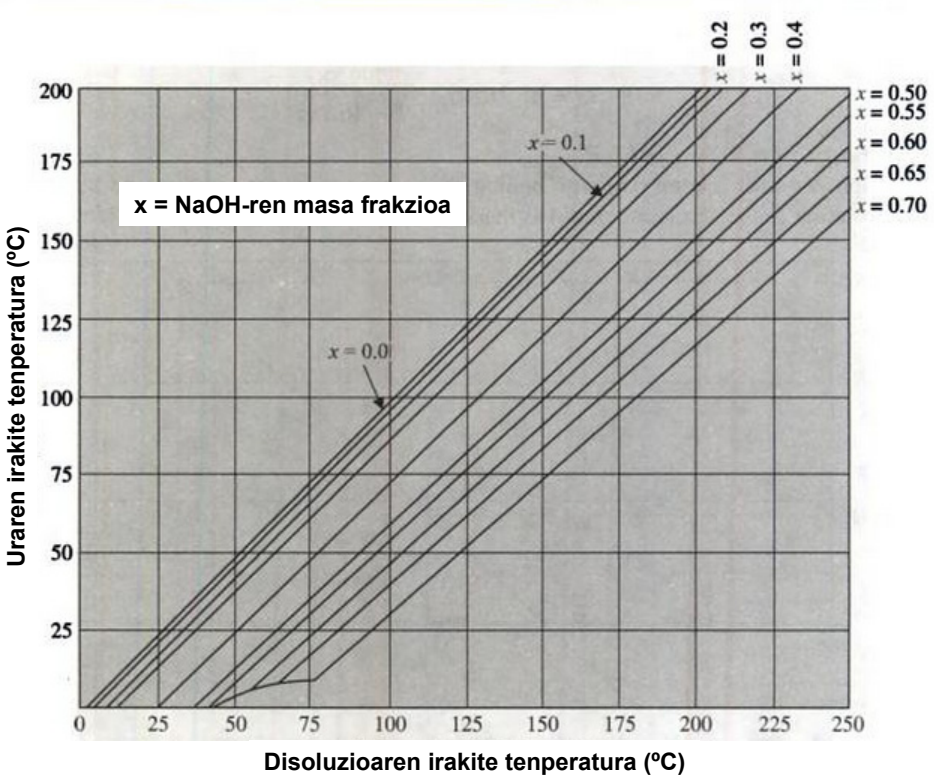
$$Q=U\cdot A\cdot\Delta T=U\cdot A\cdot\left(T_{kond}-T_{irak}\right) \qquad (9.8)$$

9.8 ekuazioan berogailu gisa erabilitako lurruna asea dela hartzen da. Irakite-ganbarako tenperaturak, aldiz, disolbatzaile puruaren irakite-tenperatura baino tenperatura handiagoa izan dezake, solutuak haren igoera sor baitiezaioke. U da bero-trukerako koefiziente osoa, eta A bero-trukerako azalera.

9.4 DATU ENTALPIKOAK

9.5 eta 9.6 ekuazioak ebazteko nahitaezkoa da sistemara sartzen eta sistematik irteten diren korronteen entalpia espezifikoak ezagutzea, likido- zein lurrun-korronteenak. Bibliografian aurki daitezke osagai bakarreko korronteen entalpiak. Hala, berogailu

gisa elikatzen den lurrun asea eta haren kondentsatua ura direnez, ur asearen taula termodinamikoetan begiratuko da (http://www.spiraxsarco.com/es/resources/steam-tables/saturated-water.asp eta http://www.tlv.com/global/LA/calculator/steam-table-pressure.html# orrialdeek online kalkulatzeko balio dute). Elikadura (kontzentratu nahi dena) solutu baten disoluzio (edo esekidura) urtsua bada, sortzen den lurruna ere ura da, eta ur asearen taulak begiratuko dira. Kontuan hartu behar da, hala ere, lurrun hori gainberotua izango dela kasu askotan. Dühring-en diagramen bitartez kalkula daiteke disoluzio urtsu baten irakite-tenperaturaren igoera. Adibidez, 9.3 irudiak Dühring-en diagrama erakusten du NaOH-ura sistemarentzat.



9.3 irudia. *NaOH-ura sistemarentzako Dühring-en diagrama*.

9.3 iruditik erator daiteke % 70 NaOH duen disoluzio urtsuak ~182ºC-ra irakingo duela, ur puruak 100ºC-ra irakiten duen presioan.

Korrontea osagai bat baino gehiagoz osatua dagoenean (elikadura eta kontzentratua), haien entalpiak esperimentalki lortzen dira, baldin eta diluzio beroak ez badira arbuiagarriak. Horrela, bibliografian aurki daitezke zenbait disoluzio urtsurentzako entalpia-kontzentrazio erako grafikoak. 9.4 irudian NaOH-ura sistemarentzat agertzen

da. 9.4 iruditik erator daiteke, adibidez, 86 kcal/kg dela 100ºC-ra dagoen eta pisutan % 20 NaOH duen disoluzio urtsuaren entalpia.

Nahastearen diluzio beroa arbuiagarria denean, 9.8 ekuazioarekin estimatzen da haren entalpia espezifikoa. Halakoak dira koloide organikoen nahaste urtsuak, adibidez.

$$h_i = C_{P,i} \cdot \left(T - T_{erref}\right) \tag{9.8}$$

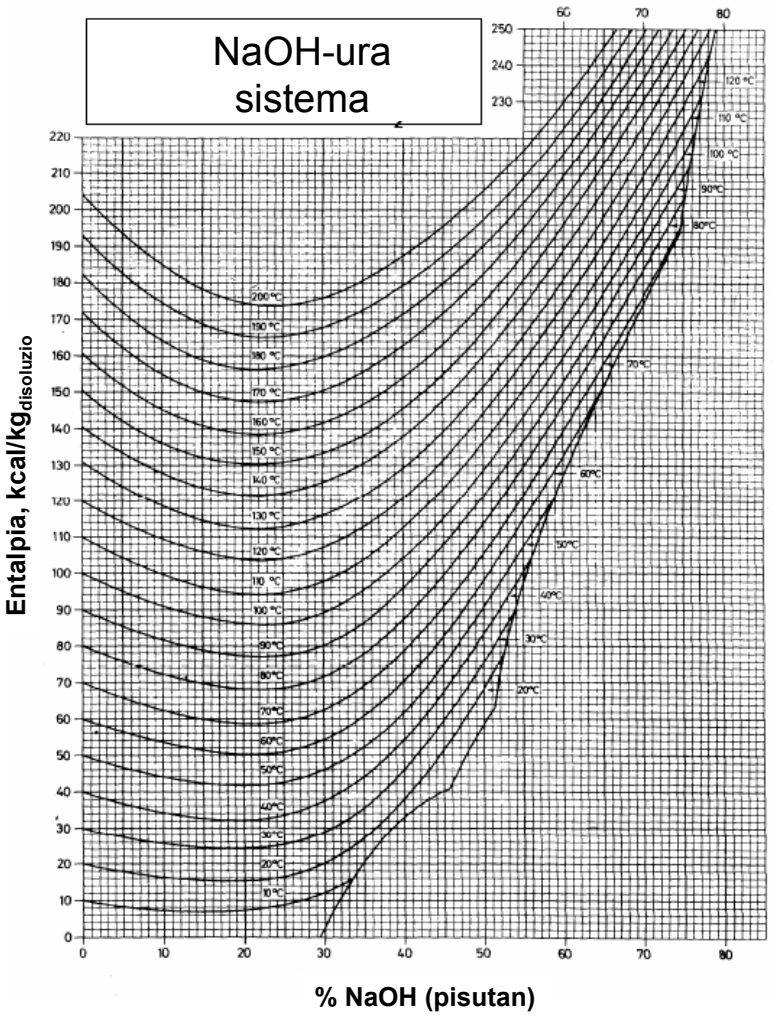
Disoluzio urtsuetan 273 K edo 0 ºC erabiltzen da (T_{erref}=0 ºC) erreferentzia-tenperatura gisa. Nahastearen bero espezifikoa estimatzeko, osagaien bero espezifikoen batez besteko haztatua erabiltzen da. 9.9 ekuazioan adierazten da A eta B bi osagaien nahastearen bero espezifikoaren estimazioa.

$$C_P = X_A \cdot C_{P,A} + \left(1 - X_A\right) \cdot C_{P,A} \tag{9.9}$$

Solutuaren bero espezifikoa ez bada ezagutzen, haren osagaien elementuen bero espezifiko atomikoak erabil daitezke:

$$C_P = \sum_{i=1}^{N} \frac{n_i \cdot C_{P,atom,i}}{M} \tag{9.10}$$

n_i da konposatua osatzen duten elementu bakoitzaren atomo kantitatea; $C_{P,i}$ dira elementuen bero espezifiko atomikoak; M da konposatuaren masa atomikoa.



9.4 irudia. *NaOH-ura sistemarentzako entalpia-konzentrazio diagrama*.

9.5 LURRUNGAILU BAKARRERAKO KALKULUAK: ADIBIDEA

Har dezagun lurrungailu bakarrera pisutan % 20 NaOH duen disoluzio urtsu baten 10800 kg/h elikatzen direla, 30ºC-ra, NaOH pisutan % 60 izateko asmoz. Berogailu gisa $4{,}8 \cdot 10^5$ N/m^2 presio absolutuan asetako lurruna erabiltzen da, eta irakite-ganbarako presioa 100 mmHg da. Bero-trukerako koefiziente osoa 1,74 kW/m^{2}K bada, kalkula dezagun: (a) erabili beharreko lurrun emaria; (b) bero-trukerako azalera; (c) lurrungailuaren ekonomia.

Masa-balantzea ebatziz:

$$10800 = L + V \; ; \; 10800 \cdot 0{,}20 = L \cdot 0{,}60 \; ; \; L = 3600 \text{ kg/h} \; ; \; V = 7200 \text{ kg/h}$$

Kondentsatze-ganbarako tenperatura = 150,3 ºC (ur asearen taulatik).

Kondentsatze-ganbarako korronteen entalpiak: H_W = 2746,3 kJ/kg ; h_W = 633,6 kJ/kg; bero sorra = 2112,7 kJ/kg (ur asearen taulatik).

Irakite-ganbarako presioa 100 mmHg izanik, ur puruak 51,6 ºC-ra irakingo luke. Baina NaOH duenez, irakite-tenperaturaren igoera jasango du. 9.3 iruditik, irakite-ganbarako tenperatura 106 ºC izatea lortzen da. Hau da, likido kontzentratua eta lurruna 106 ºC-ra irteten dira, azken hori gainberotua (106 – 51,6) ºC.

Elikaduraren eta korronte kontzentratuaren entalpiak 25 kcal/kg (104,5 kJ/kg) eta 163 kcal/kg (681,3 kJ/kg) dira, hurrenez hurren (9.4 iruditik).

Sortu den lurrunaren entalpiak bi batugai ditu: bata, irakite-ganbarako asetze-tenperaturan lurrun asearen entalpia (2594 kJ/kg, ur asearen tauletatik lortua); bestea, gainberotzeari dagokion entalpia. Azken hori kalkulatzeko, lurrunaren bero espezifikoa erabiliko da, batez besteko tenperaturan (0,5·(106 + 51,6) ºC) neurtua (1,955 kJ/kgK): 1,955·(106 – 51,6) = 106,4 kJ/kg. Hala, lurrunaren entalpia = 2700,4 kJ/kg da.

9.5 eta 9.6 ekuazioetako entalpia-balantzeak idatziz:

W·2112,7 = 3600·681,3 + 7200·2700,4 - 10800·25

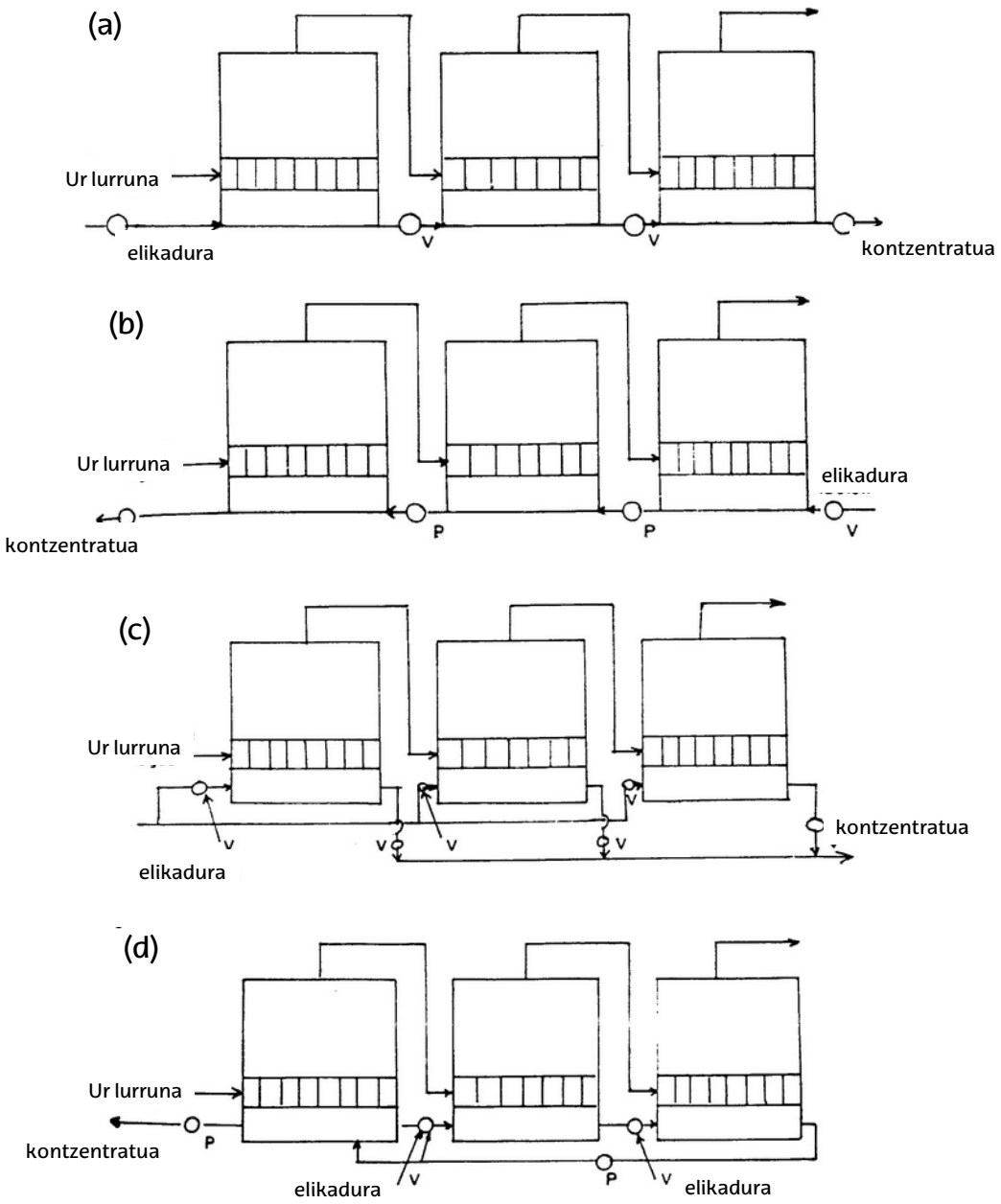
Hemendik, erabili beharreko lurrun asearen emaria lortzen da: W = 10236 kg/h. Era berean, trukatzen den beroa: $W \cdot_W$ = 10236·2112,7 = 21,63·10^6 kJ/h = 6007,11 kW da.

Bero-trukerako indar-eragilea: (150,3 – 106) ºC = 44,3 ºC denez, trukagailuak eskaini behar duen azalera:

$$A = \frac{6007{,}11\ \text{kW}}{1{,}74\ \text{kW/m}^2\text{K} \cdot 44{,}3\text{K}} = 77{,}9\ \text{m}^2 \text{ da.}$$

9.6 EFEKTU ANITZEKO SISTEMAK

Lurrungailu anitzez osatutako sistemaren oinarria da lurrungailu batean sortutako lurruna erabiltzea beste lurrungailu baten berogailu gisa. Hori gertatu ahal izateko, irakite-ganbarako presioa txikitu egin behar da. Jarioen norabideei erreparatuz, egitura hauek ager daitezke: (a) elikadura zuzenekoa; (b) atzekoz aurrerako elikadura; (c) elikadura paraleloa; (d) elikadura mistoa. 9.5 irudian agertzen dira haien konfigurazioak.



9.5 irudia. *Efektu anitzeko lurrungailu-sistemaren konfigurazioak: (a) elikadura zuzenekoa; (b) atzekoz aurrerako elikadura; (c) elikadura paraleloa; (d) elikadura mistoa.*

Efektu anitzeko sistemak ebazterakoan, ekipo guztiak tamaina berekoak direla hartzen da. Honako hau da ebazpen-prozedura:

(i) Masa-balantzeak idatzi.

(ii) Tenperatura-diferentzien distribuzioa esleitu, 9.11 adierazpena erabiliz.

$$\frac{\Delta T_1}{\left(\frac{1}{U_1}\right)} = \cdots = \frac{\Delta T_n}{\left(\frac{1}{U_n}\right)} = \frac{\Delta T_{osoa}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{U_i}} \qquad (9.11)$$

(iii) Entalpia-balantzeak idatzi.

(iv) Masa- eta energia-balantzeak ebatzi.

(v) Ekipo bakoitzerako bero-trukerako ekuazioa ebatziz, azalera kalkulatu.

(vi) Azalerak desberdinak badira, haien batezbestekoa kalkulatu eta tenperaturen distribuzio berria esleitu 9.12 adierazpena erabiliz.

$$\Delta T_i' = \Delta T_i \cdot \frac{A_i}{\overline{A}} \qquad (9.12)$$

(vii) Prozedura errepikatu, azalera guztiak berdinak izan arte.

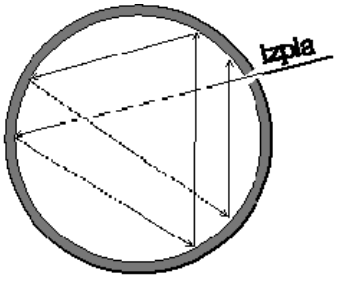
10
ERRADIAZIO TERMIKOA

10.1 ERRADIAZIO TERMIKOA

Materia osatzen duten elektroiek atomoek eta molekulek bibrazio- eta errotazio-mugimenduak pairatzen dituzte tenperatura bat izateagatik (zero absolutuan ezik). Horrela, materiak energia igortzen du, molekulak maila energetiko desberdinen artean mugitzean sortua. Energia hori uhin elektromagnetiko edo fotoi eran igortzen eta transmititzen da espazioko norabide guztietan, eta erradiazio deritzo. Erradiazioa hutsean ere transmiti daiteke, inolako euskarri materialen beharrik ez denez, eroapenezko eta konbektziozko bero-transmisioan ez bezala. Materiak igortzen duen energia espektro osoko uhinez osatuta dago, izpi kosmikoetatik (uhin-luzera txikienekoak) irrati uhinetaraino (uhin-luzera handienekoak); tartean daude ultramorea, argi ikusgaia eta infragorria. Bero-transmisioaren ikuspuntu praktikotik begiratuz, 0,1-100 m tarteko uhinak dira tenperatura-aldaketa sortzen dutenak, eta erradiazio termikoa deritze. Tarte horrek ultramorea, ikusgaia eta infragorria hartzen ditu.

10.2 GORPUTZ BELTZAREN ERRADIAZIOA

Erradiazio termikoaren ikuspuntutik, gorputz beltza edo igorle ideala da edozein tenperaturatan eta uhin-luzera guztietan erradiazio maximoa igortzen eta xurgatzen duen gorputza (10.1 irudia).



10.1 irudia. *Gorputz beltz ideala*.

Gorputz beltza da benetako gorputzen ahalmen igorlea eta xurgatzailea neurtzeko erabiltzen den patroia. 10.1 irudian agertzen den gorputz beltzean (esfera huts isotermoa, kanpoarekiko guztiz isolatua), gorputzean bertan metatzen da gorputzera heltzen den erradiazioa, eta talka desberdinetan xurgatzen da, kanporatu gabe. Horren ondorioz, gorputzak igorri egingo du xurgatu duen energia osoa. Hau da, gorputz beltzaren ahalmen igorle eta xurgatzaile osoa da.

Planck-en legeak ematen du uhin-luzera bakoitzerako gorputz beltz (edo ideal) baten ahalmen igorlea:

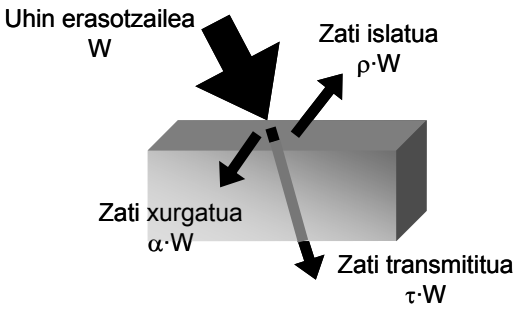
$$W_\lambda = \frac{C_1}{\lambda^5 \left(e^{C_2/\lambda T} - 1 \right)} \qquad (10.1)$$

W igortzen duen energia-bolumen unitateko (W/m^3) (ahalmen igorle monokromatikoa) eta C_1 eta C_2 erradiazio konstanteak izanik ($3{,}7415 \cdot 10^{-16}$ Wm^2 eta $1{,}4388 \cdot 10^{-2}$ mK, hurrenez hurren). Ekuazioan ikusten den bezala, zenbat eta tenperatura garaiagoa izan, orduan eta ahalmen igorle monokromatiko handiagoa dauka. Gorputz beltzaren ahalmen igorle osoa da ahalmen igorle monokromatikoen batura, eta integralaren bidez emanda dator matematikoki (Stefan-Boltzmann-en legea).

$$W_b = \int_0^\infty W_\lambda \, d\lambda = \sigma \cdot T^4 \qquad (10.2)$$

Wb da azalera unitateko gorputz beltzaren ahalmen igorlea, eta σ Stefan-Boltzmann-en konstantea ($5{,}670 \cdot 10^{-8}$ W/m^2K^4).

Erradiazio termikoari hiru gauza gerta dakizkioke materiarekin topo egiten duenean: xurgatua izatea, islatua izatea edo materiaren barrena transmititua izatea, 10.2 irudian agertzen den bezala.



10.2 irudia. *Gorputz baten aurka eraso egiten duen uhinak jasaten dituen prozesuak.*

xurgatze-koefizienteak adierazten du uhin erasotzailetik xurgatua den zatia; islatua den zatia, berriz, islapen-koefizienteak, eta transmititua den zatia transmisibitate-koefizienteak. Ondorioz:

$$\alpha + \tau + \rho = 1 \qquad (10.3)$$

Gorputz baten α=1 bada, gorputz beltza da. Gorputz baten ρ=0 bada, opakoa dela esaten da.

Erradiazio termikoan, emisibitatea edo igorpen-koefizientea (ε) da materiaren beste propietate garrantzitsua, gorputzaren ahalmen igorlearen eta tenperatura berean dagoen gorputz beltzaren ahalmen igorlearen arteko erlazio gisa definitua.

Ingurumenarekin oreka termikoan dagoen gorputz baten kasuan = da. Gorputz beltzaren kasuan, beraz, $\alpha = \varepsilon = 1$ da. Ahalmen igorle maximoa gorputz beltzarena izanik, $0 < \varepsilon < 1$ (beltza) betetzen da, eta 0 eta 1 artean mugitzen da benetako gorputzen igorpen-koefizientea. Emisibitatea da idealtasunetik zein gertu dagoen adierazten duen zenbakia, 1etik gertuago dagoena, idealtasunetik (beltz izatetik) gertuago egonik.

Benetako gorputzen modelizazioa egiteko, gorputz grisak izeneko sistemak erabiltzen dira, eta honako hau da bere definizioa: eta monokromatikoak uhin-luzerarekiko independenteak diren gorputzak. Benetako gorputzetan, ordea, hori ez da betetzen. Hala ere, kasu praktiko gehienetan, hurbilketa gisa konstantetzat har daitezke α eta ε-ren batez besteko balioak, eta gorputz gristzat har daitezke. Beraz, honako hau da benetako gorputzaren ahalmen igorlea azalera unitateko:

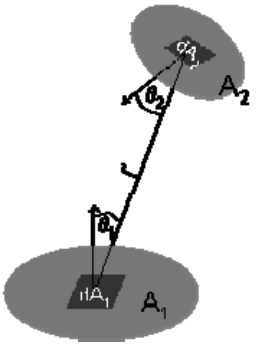
$$W=\varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4 \qquad (10.4)$$

Hau da, tenperatura berean dagoen gorputz beltzak igorriko zuenaren zati bat besterik ez luke igorriko ($\varepsilon < 1$ baita). Stefan-Boltzmann-en legearen arabera, tenperatura txikietan (<300 K) erradiazio termikoaren ahalmena arbuiagarria da eroapena edo konbekzioa gertatzen diren sistemetan. Hala ere, tenperatura garaietako sistemetan (labeak, batez ere) edo hutsa dagoen sistemetan, garrantzi nabarmena hartzen du beroa transmititzeko mekanismo horrek.

10.3 FORMA EDO IKUSPEN FAKTOREA ERRADIAZIO TERMIKOAN

Orain arte ahalmen-emisore osoa erabili da, hau da, norabide guztietan gertatzen denaren batukaria. Hala ere, kasu praktikoetarako interes handiagoa izan dezake norabide finkatu bateko erradiazioa zenbatzeak. Horrela, bi gainazalen arteko angelu solidoaren (θ_1 eta θ_2 angeluek emana), bi azaleren (A_1 eta A_2) eta distantziaren (r)

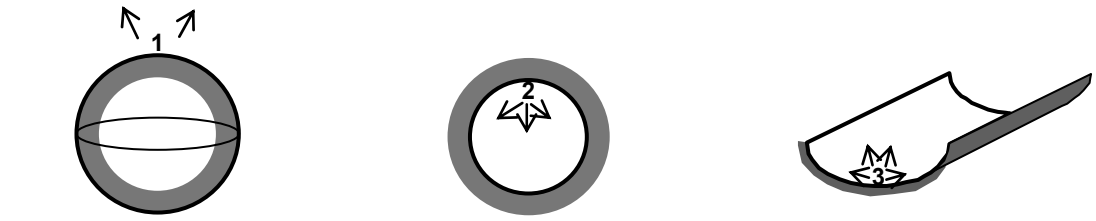
araberakoa da (r^2-rekiko alderantziz proportzionala, alegia) norabide baten gainazal igorletik distantzia finkora dagoen gainazal batera heltzen den erradiazioa (ikus 10.3 irudia).



10.3 irudia. *Ikuspen-faktorearen eratorpenean eragina daukaten aldagaiak*.

F_{12} ***ikuspen-faktorea*** da, eta 1 gainazalak igortzen duen erradiazio osotik 2 gainazalera heltzen den zatikia adierazten du. Modu berean, F_{21} ikuspen-faktoreak adierazten du 2 gainazalak igortzen duen energiaren zein zatiki heltzen den 1 gainazalera. Beraz, faktore geometrikoa da, dimentsio gabea.

Gainazal batek igortzen duen erradiazioaren zati bat gainazal berera itzul daiteke, geometria aproposa bada. Horrela, 10.4 irudian agertzen diren geometrietan, $F_{11}=0$ eta $F_{22}=1$ diren moduan, $0<F_{33}<1$ izango da (zati bat inguruetara baitoa). 1 gainazala esferaren kanpo-gainazala da, eta kanpoaldera igortzen badu, ezin duenez bere burua ikusi, igortzen duena ez da gainazal berera itzultzen. 2 gainazala esferaren barrualdeko gainazala da, eta igortzen duen guztia gainazal berera itzultzen da. 3 gainazalak, ordea, bere buruaren zati bat ikusten du, eta, ondorioz, gainazal berera itzuliko da igortzen duenaren zati bat ($0<F_{33}<1$).



Esfera, barrualdetik | Esfera, kanpoaldetik | Plano biribildua, azpialdetik

10.4 irudia. *Esferaren kanpo-azalera (1), esferaren barne-azalera (2) eta plano biribilduaren barne-azalera*.

Sistema bat N gainazal beltzez osatua badago, eta bakoitzaren azalera A_j bada (j=1,...,N), honako bi baldintza hauek beteko dira:

(a) Gainazalak binaka harturik, elkarrekikotasun-teorema:

$$A_j \cdot F_{jk} = A_k \cdot F_{kj}$$ edozein j eta k gainazalentzat.

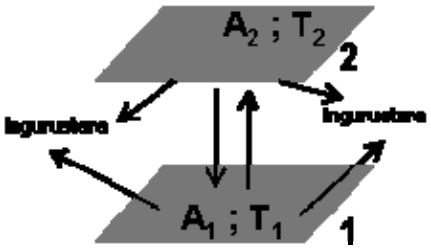
(b) Edozein j gainazalentzat, hark igortzen duen energia guztia azalera guztien artean banatzen da (bere burua barne), energiaren iraupen legea:

$$F_{j1} + F_{j2} + \cdots + F_{jj} + \cdots + F_{jN} = 1 \qquad (10.5)$$

Hainbat geometria desberdinetako gainazalentzako grafikoak aurki daitezke bibliografian.

10.4 GAINAZAL BELTZEN ARTEKO BERO-TRUKEA ERRADIAZIOZ

Norabide guztietan hedatzen da gainazal beltz batek igortzen duen erradiazio termikoa. Inguruetan beste gainazal beltz bat badago, 10.5 irudian bezala, 1 gainazalak igortzen duen erradiazioaren zatiki bat besterik ez da 2 gainazalera heltzen, beste guztia inguruetara galtzen da. Demagun 10.5 irudiko 1 eta 2 gainazal beltzak ditugula; kanpoaldera begira dauden aurpegiak termikoki isolatuta daude, eta $T_1 > T_2$ da.



10.5 irudia. *Bi gainazal lau beltz, aurrez aurre.*

Ikusten den bezala, 1 gainazalak igortzen duen erradiazioaren zati bat 2 gainazalari heltzen zaio, baina beste zati bat aldamenetatik inguruetara «galtzen» da; era berean, 2 gainazalak igortzen duen zati bat besterik ez da 1 gainazalera heltzen.

Honako hauek dira 1 gainazaletik 2 gainazalera (eta alderantziz) erradiazioz heltzen diren bero-jarioak:

$$\dot{Q}_{1\to 2} = \sigma \cdot F_{12} \cdot A_1 \cdot T_1^4 \qquad (10.6)$$

$$\dot{Q}_{2\to 1} = \sigma \cdot F_{21} \cdot A_2 \cdot T_2^4 \qquad (10.7)$$

Egoera iraunkorra lortzean, honako hau da 1 eta 2 gainazalen arteko bero-jario garbia ($Q_{1\to 2}$):

$$\dot{Q}_{1\rightleftarrows 2} = \dot{Q}_{1\to 2} - \dot{Q}_{2\to 1} = \sigma \cdot F_{12} \cdot A_1 \cdot \left(T_1^4 - T_2^4 \right) \qquad (10.8)$$

Bibliografian, geometria desberdinentzako ikuspen-faktoreen kalkulu grafikorako irudiak aurki daitezke.

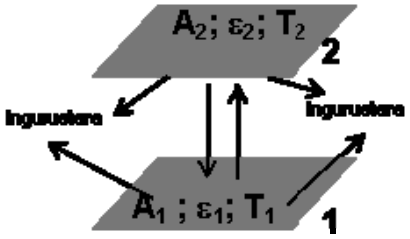
10.5 ITXITURA BATEKO GAINAZAL GRISEN ARTEKO BERO-TRUKEA ERRADIAZIOZ

10.6 irudiko bi gainazalak grisak badira, unitatea baino txikiagoa den emisibitatea izango luke bakoitzak. Sistema honetan, faktore geometrikoez gain emisibitateak ere kontuan hartu behar dira bi gainazalen arteko bero-trukea azaltzeko. Honako adierazpen honek ematen du 1 eta 2 gainazal grisen arteko bero-jario garbia adierazteko, $\widetilde{F}_{12}$ ikuspen-faktore globala izanik.

$$\dot{Q}_{1\rightleftarrows 2}=\sigma\cdot\widetilde{F}_{12}\cdot A_1\cdot\left(T_1^4-T_2^4\right) \tag{10.9}$$

$$\frac{1}{\widetilde{F}_{12}}=\frac{1}{F_{12}}+\left(\frac{1}{\varepsilon_1}-1\right)+\frac{A_1}{A_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2}-1\right) \tag{10.10}$$

$\widetilde{F}_{12}$ ikuspen-faktore globalak kontuan hartzen ditu, sistemaren geometria ez ezik, gainazalen emisibitateak ere.



10.6 irudia. *Bi gainazal lau gris, aurrez aurre.*

Ikuspen-faktore globaletik erator daitekeen bezala, bera baino askoz ere azalera handiagoz (A_2) inguratuta dagoen azalera txiki baten (A_1) kasuan, $\widetilde{F}_{12}=\varepsilon_1$ da.

10.6 ERRADIAZIOZKO BERO-TRANSMISIORAKO KOEFIZIENTEA

Laugarren berredurako ekuazioak erabiltzea, Stefan-Boltzmann-en legean bezala, ez da erosoa gertatzen. Kalkuluak errazteko, bero-transmisiorako lege zinetikoak adierazten duen moduko ekuazio sinpleagoak erabiltzen dira ingeniaritzan, era honetan:

$$Q_{1\rightarrow 2}=\frac{\text{indar eragilea}}{\text{erresistentzia}}=\frac{\Delta T}{R}=A_1\cdot h_R\cdot\left(T_1-T_2\right) \tag{10.11}$$

10.11 ekuazioan, h_R erradiaziozko bero-transmisiorako koefizientea da, konbekziozko koefizientearen dimentsio berekoa. Definizioz,

$$Q_{1\rightleftarrows 2}=\sigma\cdot\widetilde{F}_{12}\cdot A_1\cdot\left(T_1^4-T_2^4\right)=h_R\cdot A_1\cdot\left(T_1-T_2\right) \tag{10.12}$$

Beraz, honako hau da erradiaziozko bero-transmisiorako koefizientea:

$$h_R = \frac{\sigma \cdot \tilde{F}_{12} \cdot \left(T_1^4 - T_2^4 \right)}{\left(T_1 - T_2 \right)} \tag{10.13}$$